
**Évaluation de l'incertitude dans
l'étalonnage et l'utilisation des appareils
de mesure du débit —**

iTeh STANDARD PREVIEW

Partie 1:
Relations d'étalonnage linéaires

ISO/TR 7066-1:1997

[https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997)

[11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997)

*Assessment of uncertainty in calibration and use of flow measurement
devices —*

Part 1: Linear calibration relationships



Sommaire

Page

1	Domaine d'application	1
2	Références normatives	1
3	Définitions et symboles	2
4	Généralités	4
5	Incertitudes aléatoires et limites d'erreur systématique sur des mesurages isolés.....	5
6	Linéarité de la courbe d'étalonnage.....	6
7	Linéarisation des données.....	9
8	Détermination de la meilleure droite d'ajustement	9
9	Détermination de la meilleure droite d'ajustement pondéré.....	11
10	Procédure dans le cas où y est indépendant de x.....	12
11	Calcul de l'incertitude	12
12	Limites d'erreur systématique et mode de présentation des résultats.....	12
13	Valeurs extrapolées	13
14	Incertitude associée à l'utilisation de la courbe d'étalonnage pour un mesurage unique de débit.....	13
Annexes		
A	Calcul de la variance d'une fonction générale	16
B	Exemple d'étalonnage en canal découvert.....	17
C	Exemple de détermination de l'incertitude d'étalonnage en conduite fermée	22

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO/TR 7066-1:1997
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cf504504e/iso-tr-7066-1-1997>

© ISO 1997

Droits de reproduction réservés. Sauf prescription différente, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

Organisation internationale de normalisation
Case postale 56 • CH-1211 Genève 20 • Suisse

Imprimé en Suisse

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Exceptionnellement, un comité technique peut proposer la publication d'un rapport technique de l'un des types suivants:

- type 1, lorsque, en dépit de maints efforts, l'accord requis ne peut être réalisé en faveur de la publication d'une Norme internationale;
- type 2, lorsque le sujet en question est encore en cours de développement technique ou lorsque, pour toute autre raison, la possibilité d'un accord pour la publication d'une Norme internationale peut être envisagée pour l'avenir mais pas dans l'immédiat;
- type 3, lorsqu'un comité technique a réuni des données de nature différente de celles qui sont normalement publiées comme Normes internationales (ceci pouvant comprendre des informations sur l'état de la technique, par exemple).

Les rapports techniques des types 1 et 2 font l'objet d'un nouvel examen trois ans au plus tard après leur publication afin de décider éventuellement de leur transformation en Normes internationales. Les rapports techniques de type 3 ne doivent pas nécessairement être révisés avant que les données fournies ne soient plus jugées valables ou utiles.

L'ISO/TR 7066-1, rapport technique du type 1, a été élaboré par le comité technique ISO/TC 30, *Mesure de débit des fluides dans les conduites fermées*, sous-comité SC 9, *Généralités*.

Le présent document est publié dans la série des rapports techniques de type 1 car aucun consensus n'a pu être obtenu entre l'ISO TC 30/SC 9 et l'ISO/TAG 4, *Métrie*, concernant l'harmonisation du présent document avec le *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*, qui est un document de base des Directives ISO/CEI. Il sera procédé à une révision du présent Rapport technique afin de l'aligner sur le *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*.

Cette première édition en tant que rapport technique annule et remplace la première édition en tant que Norme internationale (ISO 7066-1:1988), dont elle constitue une révision technique.

ISO/TR 7066 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Évaluation de l'incertitude dans l'étalonnage et l'utilisation des appareils de mesure du débit*:

- *Partie 1: Relations d'étalonnage linéaires*
- *Partie 2: Relations d'étalonnage non linéaires*

L'annexe A fait partie intégrante de la présente partie de l'ISO/TR 7066.
Les annexes B et C sont données uniquement à titre d'information.

iTeh STANDARD PREVIEW **(standards.iteh.ai)**

[ISO/TR 7066-1:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997>

Introduction

L'une des premières Normes internationales traitant du sujet de l'incertitude de mesure a été l'ISO 5168, *Mesure de débit des fluides — Calcul de l'erreur limite sur une mesure de débit*, publiée en 1978. L'utilisation étendue de l'ISO 5168 à des applications pratiques a identifié beaucoup d'améliorations à ses méthodes; celles-ci ont été incorporées dans un projet de révision de cette Norme internationale, qui a reçu en 1990 un résultat de vote écrasant en faveur de sa publication. L'ISO 7066-1, *Évaluation de l'incertitude dans l'étalonnage et l'utilisation des appareils de mesure du débit — Partie 1: Relations d'étalonnage linéaires*, publiée en 1989, a été établie selon les principes indiqués dans l'ISO 5168:1978. Le présent projet de révision de l'ISO 7066-1 est compatible à la fois avec le projet de révision de l'ISO 5168 et avec l'ISO 7066-2:1988.

Toutefois, les projets de révision de l'ISO 5168 et de l'ISO 7066-1 ont été retenus de la publication pour quelques années; depuis, malgré de longues discussions, aucun consensus n'a pu être obtenu sur le projet de version d'un document développé par un Groupe de Travail du groupe technique consultatif 4, *Métrologie* (ISO/TAG 4/GT 3). Le document du TAG 4, *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*, a été publié en 1993 (version anglaise) et en 1995 (version française) comme document de base des Directives ISO/CEI. Lors d'une réunion du Bureau de gestion technique en mai 1995, il a été décidé de publier les révisions de l'ISO 5168 et de l'ISO 7066-1 comme rapports techniques.

Le présent document est publié comme rapport technique de type 1 au lieu de Norme internationale car il n'est pas compatible avec le *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*. Une prochaine révision du présent Rapport technique alignera ces deux documents.

Page blanche

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO/TR 7066-1:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cfe504504e/iso-tr-7066-1-1997>

Évaluation de l'incertitude dans l'étalonnage et l'utilisation des appareils de mesure du débit —

Partie 1:

Relations d'étalonnage linéaires

1 Domaine d'application

1.1 La présente partie de l'ISO 7066 décrit les procédures à utiliser pour déterminer la courbe d'étalonnage pour toute méthode de mesure du débit, en conduites fermées ou en canaux découverts et d'évaluation de l'incertitude correspondant à ces étalonnages. Elle traite également des procédures d'estimation de l'incertitude découlant des mesurages obtenus à partir de la courbe résultante, ainsi que de celles servant au calcul de l'incertitude sur la moyenne d'un certain nombre de mesures d'un même débit.

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11d9504504/iso-tr-7066-1-1997>

1.2 Seules les relations linéaires sont prises en considération dans la présente partie de l'ISO 7066; l'incertitude associée à des relations non linéaires fait l'objet de l'ISO 7066-2. La présente partie de l'ISO 7066 ne s'applique donc que si:

a) la relation entre les deux variables est elle-même linéaire,

ou

l'une des variables ou les deux peuvent être transformées de manière à créer une relation linéaire entre elles, par exemple par le recours aux logarithmes,

ou

l'intervalle total peut être subdivisé de telle manière que la relation entre les deux variables puisse être considérée comme linéaire dans chaque subdivision; et si

b) les écarts systématiques de la droite d'ajustement sont négligeables par rapport à l'incertitude associée à l'observation des points isolés constituant la courbe.

NOTE — Des exemples d'application des principes contenus dans la présente partie de l'ISO 7066 sont fournis en annexes B et C.

2 Références normatives

Les normes suivantes contiennent des dispositions, qui, par suite de la référence qui en est faite, constituent des dispositions valables pour la présente partie de l'ISO 7066. Au moment de la publication, les éditions indiquées

étaient en vigueur. Toute norme est sujette à révision et les parties prenantes des accords fondés sur la présente partie de l'ISO 7066 sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des normes indiquées ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur à un moment donné.

ISO 772:1996, *Déterminations hydrométriques — Vocabulaire et symboles*.

ISO 1100-2:—¹⁾, *Mesure de débit des liquides dans les canaux découverts — Partie 2: Détermination de la relation hauteur-débit*.

ISO 4006:1991, *Mesure de débit des fluides dans les conduites fermées — Vocabulaire et symboles*.

ISO/TR 5168:—²⁾, *Mesure de débits des fluides — Calcul de l'incertitude*.

ISO 7066-2:1988, *Évaluation de l'incertitude dans l'étalonnage et l'utilisation des appareils de mesure du débit — Partie 2: Relations d'étalonnage non linéaires*.

3 Définitions et symboles

Pour les besoins de la présente partie de l'ISO 7066, les définitions et symboles donnés dans l'ISO 772 et l'ISO 4006 et les définitions et symboles suivants s'appliquent.

3.1 Définitions

3.1.1 courbe d'étalonnage: Courbe tracée à travers les points obtenus par report de l'indication donnée par un débitmètre en fonction d'une grandeur représentative du débit.

3.1.2 limites de confiance: Limites supérieure et inférieure autour d'une valeur observée ou calculée à l'intérieur desquelles est censée se trouver la valeur vraie avec une probabilité spécifiée, en supposant une erreur systématique non corrigée négligeable.

3.1.3 coefficient de corrélation: Indicateur du degré de relation entre deux variables.

NOTE — Une telle relation peut être causale ou être assurée par l'intervention d'une troisième variable, mais une décision sur ce point ne peut être prise sur de seules bases statistiques.

3.1.4 covariance: Moment de premier ordre calculé par rapport aux moyennes des variables, soit:

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1)}$$

3.1.5 erreur de mesure: Terme générique correspondant à la différence entre la valeur mesurée et la valeur réelle.

Cela comprend des composantes systématiques aussi bien qu'aléatoires.

3.1.6 erreur aléatoire: Composante de l'erreur de mesurage qui varie de façon imprévisible d'un mesurage à l'autre.

NOTE — Aucune correction n'est possible pour ce type d'erreur, que la cause en soit connue ou non.

3.1.7 erreur systématique: Composante de l'erreur de mesurage qui reste constante ou varie de manière prévisible d'un mesurage à l'autre.

3.1.8 erreur aberrante: Erreur qui dénature totalement un mesurage.

De telles erreurs ont généralement une cause unique telle qu'un mauvais fonctionnement de l'instrument ou la transcription incorrecte d'un ou de plusieurs chiffres relevés au mesurage.

1) À publier. (Révision de l'ISO 1100-2:1982)

2) À publier. (Révision de l'ISO 5168:1978)

3.1.9 fonction: Formule mathématique exprimant la relation entre deux variables ou plus.

3.1.10 droite d'ajustement: Droite tracée à travers une série de points de façon à minimiser la variance des points par rapport à la droite.

3.1.11 résidu: Différence entre une valeur observée et la valeur correspondante calculée à partir de l'équation de régression.

3.1.12 écart-type de l'échantillon [écart-type expérimental]: Mesure de la dispersion par rapport à la moyenne d'une série de n valeurs d'un mesurande et définie par la formule:

$$s(x) = \left[\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1) \right]^{1/2}$$

NOTE — Si on considère les n mesurages comme un échantillon de la population sous-jacente, la formule ci-dessous fournit une estimation par échantillon de l'écart-type de la population:

$$\sigma = \left[\sum (x_i - \mu)^2 / n \right]^{1/2}$$

3.1.13 limite d'erreur systématique: Composante de l'incertitude totale associée à l'erreur systématique. Sa valeur n'est pas réductible par la réalisation d'un grand nombre de mesurages.

3.1.14 incertitude aléatoire: Estimation caractérisant l'intervalle de valeurs à l'intérieur duquel la valeur vraie du mesurande est supposée se trouver avec un degré de confiance spécifié.

Son importance en terme de valeurs moyennes est réductible par la réalisation d'un grand nombre de mesurages.

3.1.15 variance: Mesure de la dispersion basée sur le carré moyen des écarts à la moyenne arithmétique et définie telle que:

$$\text{Var}(x) = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$$

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cf504504e/iso-tr-7066-1-1997>

3.2 Symboles

NOTE — Les symboles utilisés dans les exemples des annexes B et C relatifs aux mesures en canal découvert et en conduite fermée, lorsqu'ils diffèrent de ceux donnés ci-dessus, figurent au début de ces annexes.

a	Ordonnée à l'origine de la courbe d'étalonnage
b	Pente de la courbe d'étalonnage
c	Coefficient dans une équation pondérée des moindres carrés
$\text{Cov}()$	Covariance des variables entre parenthèses
$e_R()$	Incertaince aléatoire sur la variable entre parenthèses
$e_S()$	Limite d'erreur systématique sur la variable entre parenthèses
\ln	Logarithme népérien
n	Nombre de mesures utilisées pour établir la courbe d'étalonnage
Q	Débit
r	Coefficient de corrélation

$s()$	Écart-type expérimental de la variance entre parenthèses
s_R	Écart-type (erreur-type) des points par rapport à la meilleure droite d'ajustement
t	Coefficient de Student (obtenu à partir de l'ISO/TR 5168 ou de tout autre jeu de tables statistiques)
w_i	$i^{\text{ème}}$ facteur de pondération dans les moindres carrés pondérés
x	Variable indépendante; variable soumise à l'erreur minimale
y	Variable dépendante; variable soumise à l'erreur maximale
U	Incertitude globale
U_{ADD}	Incertitude utilisant le modèle additif; fournit une couverture comprise approximativement entre 95 % et 99 %
	$U_{\text{ADD}} = e_S + e_R$
U_{RSS}	Incertitude par le modèle de combinaison quadratique; fournit une couverture approximative de 95 %
	$U_{\text{RSS}} = (e_S^2 + e_R^2)^{1/2}$
γ	Rapport de l'écart-type de la variable indépendante, ou x , à celui de la variable dépendante, ou y
Δ	Différence entre une valeur observée et une valeur calculée
μ	Moyenne de la population
σ	Écart-type de la population
θ	Coefficient d'influence

iTeH STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

[ISO/TR 7066-1:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cf504504e/iso-tr-7066-1-1997)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cf504504e/iso-tr-7066-1-1997>

NOTE — Dans un certain nombre de Normes internationales, l'incertitude aléatoire e_R et les limites d'erreur systématiques e_S sont notées par les symboles U_r et U_s ou B respectivement.

Indices et exposants

NOTE — Sauf indication contraire, le signe \sum est utilisé, dans ce qui suit, pour représenter

$$\sum_{i=1}^n$$

un trait suscrit ($\bar{\quad}$) au-dessus d'un symbole correspond à la valeur moyenne de cette quantité; un accent circonflexe ($\hat{\quad}$) au-dessus d'un symbole correspond à la valeur de la variable donnée par l'équation de la courbe d'ajustement.

i $i^{\text{ème}}$ valeur de la variable

ij $i^{\text{ème}}$ valeur de la $j^{\text{ème}}$ catégorie

4 Généralités

4.1 Dans la majorité des étalonnages considérés dans la présente partie de l'ISO 7066, la relation entre les variables est d'une nature fonctionnelle et est définie par une quelconque expression mathématique. Tout écart des valeurs observées par rapport à cette relation peut alors être attribué aux erreurs de mesurage de types divers qui peuvent influencer sur l'une des variables ou sur les deux et qui peuvent être aléatoires ou systématiques ou encore une combinaison des deux.

4.2 Ainsi, le rôle de la procédure d'étalonnage est double: évaluation de la forme de la relation mathématique sous-jacente et fourniture d'une estimation de l'incertitude associée à la droite d'ajustement.

4.3 Sur le plan pratique, il se trouvera des couples de valeurs (x, y) pour lesquels les incertitudes aléatoires et les limites d'erreur systématique sur x et sur y auront été estimées au moyen de l'une des méthodes données à l'article 5. Le choix de la procédure à utiliser dans le calcul des coefficients et de l'incertitude de l'équation d'étalonnage dépendra de l'importance relative des composantes aléatoires $e_R(x)$ et $e_R(y)$.

4.4 Quand il sera possible de considérer que l'erreur sur l'une des deux variables est négligeable, les méthodes exposées aux articles 8, 9 et 11 devront être utilisées, l'équation correspondante prenant alors la forme:

$$y = a + bx \quad \dots (1)$$

où

x est la variable de moindre erreur,

a et b sont les coefficients de la droite d'ajustement à déterminer.

Lorsque les deux variables sont sujettes à erreur et que x est la variable d'erreur moindre, il est toujours possible d'avoir recours aux méthodes décrites dans les articles 8 et 9 si la variable x peut être fixée à des valeurs prédéterminées durant l'étalonnage. Cette démarche est connue sous l'appellation de méthode de Berkson.

4.5 Une situation particulière se présente dans les cas où y est, dans les faits, constant et indépendant de x , c'est-à-dire lorsque la droite d'ajustement est parallèle à l'axe des x . Dans ces cas les méthodes indiquées à l'article 10 devront être utilisées pour l'estimation de l'incertitude.

4.6 Pour fournir les informations nécessaires au choix de la procédure d'ajustement adéquate, une étude préliminaire des données est essentielle. Il convient, en particulier, que celle-ci porte sur l'établissement des incertitudes et des limites d'erreur systématique sur x et sur y et sur le bien-fondé de l'hypothèse de linéarité. Lorsqu'on sait que la relation est curvilinéaire, il convient d'accorder une certaine attention à la possibilité de la convertir en une forme linéaire, ce qui simplifie la manipulation ultérieure des données.

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/9d9cff93-9eff-44bb-ae15-11cf504504e/iso-tr-7066-1-1997>

5 Incertitudes aléatoires et limites d'erreur systématique sur des mesurages isolés

5.1 Lors de la détermination des incertitudes aléatoires et des limites d'erreur systématique sur les deux variables, il n'existe pas d'alternative aux procédures indiquées dans l'ISO/TR 5168. Il convient, en première phase de la procédure d'estimation, d'établir un tableau indiquant les diverses sources d'erreur sur chaque variable. Celles-ci comprendront les erreurs sur les mesurages élémentaires à réaliser et dresseront séparément la liste des éléments aléatoires et systématiques.

5.2 Pour différentes valeurs déterminées par mesurage direct, il est possible de déterminer l'incertitude aléatoire associée à une valeur fixée du mesurande x par le calcul de l'écart-type expérimental à partir d'une série de n mesurages, à l'aide de la formule:

$$s = \left[\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1) \right]^{1/2} \quad \dots (2)$$

ou bien:

$$s = \left\{ \left[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right] / [n(n - 1)] \right\}^{1/2} \quad \dots (3)$$

puis en le portant dans:

$$e_R(x) = ts(x) \quad \dots (4)$$

5.3 En effectuant les calculs ci-dessus, il convient de ne pas perdre de vue que le résultat obtenu peut varier selon l'importance du y auquel x est mesuré. De la même manière, l'incertitude sur y , qu'il est possible de déterminer en substituant y à x dans la formule ci-dessus, peut, là encore, varier en fonction de la valeur de x à laquelle il est mesuré. Puisque ces variations dictent la méthode à utiliser dans l'ajustement ultérieur de la courbe d'étalonnage, il est essentiel que l'estimation de l'incertitude s'effectue à partir d'un nombre suffisant de points pour permettre d'évaluer avec précision l'étendue des difficultés qui pourraient surgir.

5.4 Lorsqu'on obtient les différentes valeurs par la somme ou par la différence de plusieurs mesurages de composantes indépendantes, l'incertitude doit être déterminée par le calcul de l'écart-type global, à partir de la formule:

$$s(x) = \left[\sum s(x_i)^2 \right]^{1/2} \quad \dots (5)$$

puis en portant ce résultat dans l'équation (4).

Dans d'autres cas, lorsqu'on obtient les variables à partir de fonctions plus complexes des constituants, tels que des produits ou des quotients, ou encore quand les éléments sont en corrélation, l'écart-type global doit être déterminé par la méthode indiquée en annexe A. Là encore, l'incertitude peut s'obtenir en portant le résultat dans l'équation (4).

5.5 L'évaluation de l'erreur systématique, plus difficile à réaliser, est décrite dans l'ISO/TR 5168. Même lorsque toutes les sources connues ont été identifiées et prises en compte, il demeurera un certain nombre d'erreurs non identifiées; auquel cas toute évaluation dépendra d'un jugement subjectif s'appuyant sur les faits dont on pourra disposer, par exemple des étalonnages antérieurs, un historique, etc.

5.6 Quand les différentes valeurs proviennent de la somme de plusieurs composantes élémentaires, il peut surgir certaines difficultés dans la détermination des limites d'erreur systématique globales, ceci dans la mesure où dans la majorité des cas, le signe des composantes est inconnu. En l'occurrence, les erreurs doivent être combinées quadratiquement par:

$$e_S = \left(\sum_i e_{S,i}^2 \right)^{1/2} \quad \dots (6)$$

Lorsque des fonctions plus complexes sont en jeu, la limite d'erreur systématique e_S doit être obtenue à l'aide de la méthode indiquée en annexe A, en remplaçant les termes de variance par les termes $e_{S,i}^2$ correspondants.

5.7 La procédure d'estimation peut être considérée comme achevée lorsque toutes les sources d'erreur ont été identifiées et évaluées et que les composantes individuelles ont été combinées pour fournir une évaluation de l'incertitude aléatoire et des limites d'erreur systématique pour chaque variable.

6 Linéarité de la courbe d'étalonnage

6.1 Pour établir si une courbe d'étalonnage linéaire s'ajustera de façon convenable et non biaisée aux mesurages observés, il est recommandé de procéder à une étude initiale. Parmi les méthodes possibles, les plus efficaces sont celles qui reposent sur une étude visuelle des écarts des mesurages par rapport à la droite d'ajustement. Il est possible d'obtenir une approximation de celle-ci à l'aide de la méthode de Bartlett, décrite en 6.2 à 6.5.

6.2 Dans un premier temps, il convient de ranger les données par ordre croissant, selon les x ou selon les y et de calculer les moyennes générales des deux variables à partir des équations:

$$\bar{x} = \sum x_i / n; \quad \bar{y} = \sum y_i / n \quad \dots (7)$$