

---

---

**Capacité de détection —**

**Partie 2:**

**Méthodologie de l'étalonnage linéaire**

*Capability of detection —*

*Part 2: Methodology in the linear calibration case*

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

ISO 11843-2:2000

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/f34208d5-b11b-4f97-8880-f973af557b32/iso-11843-2-2000>



**PDF – Exonération de responsabilité**

Le présent fichier PDF peut contenir des polices de caractères intégrées. Conformément aux conditions de licence d'Adobe, ce fichier peut être imprimé ou visualisé, mais ne doit pas être modifié à moins que l'ordinateur employé à cet effet ne bénéficie d'une licence autorisant l'utilisation de ces polices et que celles-ci y soient installées. Lors du téléchargement de ce fichier, les parties concernées acceptent de fait la responsabilité de ne pas enfreindre les conditions de licence d'Adobe. Le Secrétariat central de l'ISO décline toute responsabilité en la matière.

Adobe est une marque déposée d'Adobe Systems Incorporated.

Les détails relatifs aux produits logiciels utilisés pour la création du présent fichier PDF sont disponibles dans la rubrique General Info du fichier; les paramètres de création PDF ont été optimisés pour l'impression. Toutes les mesures ont été prises pour garantir l'exploitation de ce fichier par les comités membres de l'ISO. Dans le cas peu probable où surviendrait un problème d'utilisation, veuillez en informer le Secrétariat central à l'adresse donnée ci-dessous.

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

[ISO 11843-2:2000](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/f34208d5-b11b-4f97-8880-f973af557b32/iso-11843-2-2000)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/f34208d5-b11b-4f97-8880-f973af557b32/iso-11843-2-2000>

© ISO 2000

Droits de reproduction réservés. Sauf prescription différente, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'ISO à l'adresse ci-après ou du comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office  
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20  
Tel. + 41 22 749 01 11  
Fax. + 41 22 734 10 79  
E-mail [copyright@iso.ch](mailto:copyright@iso.ch)  
Web [www.iso.ch](http://www.iso.ch)

Imprimé en Suisse

## Sommaire

Avant-propos.....	iv
Introduction.....	v
1 <b>Domaine d'application</b> .....	1
2 <b>Références normatives</b> .....	1
3 <b>Termes et définitions</b> .....	2
4 <b>Plan d'expérience</b> .....	2
4.1 <b>Généralités</b> .....	2
4.2 <b>Choix des états de référence</b> .....	2
4.3 <b>Choix du nombre d'états de référence, <math>I</math>, et du nombre de répétitions de procédures, <math>I</math>, <math>K</math> et <math>L</math></b> .....	3
5 <b>Valeurs critiques <math>y_C</math> et <math>x_C</math> et valeur minimale détectable <math>x_D</math> d'une série de mesures</b> .....	3
5.1 <b>Hypothèses de base</b> .....	3
5.2 <b>Cas 1 — Écart-type constant</b> .....	4
5.3 <b>Cas 2 — Écart-type linéairement dépendant de la variable nette d'état</b> .....	6
6 <b>Valeur minimale détectable de la méthode de mesure</b> .....	9
7 <b>Consignation et interprétation des résultats</b> .....	10
7.1 <b>Valeurs critiques</b> .....	10
7.2 <b>Valeurs minimales détectables</b> .....	10
<b>Annexe A (normative) Symboles et abréviations</b> .....	11
<b>Annexe B (informative) Dérivation de formules</b> .....	14
<b>Annexe C (informative) Exemples</b> .....	20
<b>Bibliographie</b> .....	24

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 3.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments de la présente partie de l'ISO 11843 peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

La Norme internationale ISO 11843-2 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 6, *Méthodes et résultats de mesure*.

L'ISO 11843 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Capacité de détection*:

— *Partie 1: Termes et définitions*

[ISO 11843-2:2000](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/b34208d5-b11b-4f97-8880-1973a1557b32/iso-11843-2-2000)

— *Partie 2: Méthodologie de l'étalonnage linéaire*

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/b34208d5-b11b-4f97-8880-1973a1557b32/iso-11843-2-2000>

L'annexe A constitue un élément normatif de la présente partie de l'ISO 11843. Les annexes B et C sont données uniquement à titre d'information.

## Introduction

L'exigence idéale relative à la capacité de détection d'une variable d'état choisie serait que l'état réel de chaque système observé puisse être classé avec certitude comme étant égal à ou différent de son état de base. Toutefois, par suite de contraintes systématiques et aléatoires, cette exigence idéale ne peut être satisfaite pour les raisons suivantes.

- Dans la réalité, tous les états de référence, y compris l'état de base, ne sont jamais connus en termes de la variable d'état. Ainsi, tous les états ne peuvent être caractérisés de façon correcte qu'en termes de différences par rapport à l'état de base, c'est-à-dire en termes de la variable nette d'état.

Dans la pratique, les états de référence sont très souvent supposés connus eu égard à la variable d'état. En d'autres termes, la valeur de la variable d'état pour l'état de base est fixée à zéro; par exemple, en chimie analytique, la concentration ou la quantité inconnue de l'analyte dans le matériau vierge est supposée généralement égale à zéro et les valeurs de la concentration ou la quantité nette sont consignées en termes de concentrations ou de quantités absolues supposées. Plus particulièrement dans l'analyse des traces chimiques, il est uniquement possible d'estimer les différences de concentration ou de quantité eu égard au matériau vierge disponible. Afin d'éviter toutes décisions erronées, il est généralement recommandé de ne consigner que les différences par rapport à l'état de base, c'est-à-dire les données en termes de la variable nette d'état.

NOTE Le Guide ISO 30 et l'ISO 11095 ne font aucune distinction entre la variable d'état et la variable nette d'état. Par conséquent, dans ces deux documents, les états de référence sont supposés, sans justification, être connus en ce qui concerne la variable d'état.

- L'étalonnage et les processus d'échantillonnage et de préparation ajoutent une variation aléatoire aux résultats des mesures.

Les deux exigences suivantes ont été choisies dans l'élaboration de la présente partie de l'ISO 11843:

- la probabilité est  $\alpha$  de détecter (par erreur) qu'un système n'est pas dans son état de base, alors qu'il est bien à l'état de base;
- la probabilité est  $\beta$  de ne pas détecter (par erreur) qu'un système, pour lequel la variable nette d'état est égale à la valeur minimale détectable ( $x_d$ ), n'est pas à l'état de base.

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

ISO 11843-2:2000

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/b34208d5-b11b-4f97-8880-f973af557b32/iso-11843-2-2000>

# Capacité de détection —

## Partie 2: Méthodologie de l'étalonnage linéaire

### 1 Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 11843 fournit des méthodes de base pour

- l'élaboration de plans d'expérience destinés à l'estimation de la valeur critique de la variable nette d'état, de la valeur critique de la variable de réponse et de la valeur minimale détectable de la variable nette d'état;
- l'estimation de ces caractéristiques à partir des données expérimentales pour les cas où la fonction d'étalonnage est linéaire et où l'écart-type est constant ou linéairement lié à la variable nette d'état.

Les méthodes exposées dans la présente partie de l'ISO 11843 sont applicables à des situations variées telles que la vérification de l'existence d'une certaine substance dans un matériau, l'émission d'énergie par des échantillons ou des installations, ou le changement géométrique dans des systèmes statiques sous contraintes.

Les valeurs critiques peuvent être issues d'une série de mesures réelles afin d'estimer les états inconnus de systèmes contenus dans cette série, tandis que la valeur minimale détectable de la variable nette d'état en tant que caractéristique de la méthode de mesure sert à la sélection de processus de mesure appropriés. Pour caractériser un processus de mesure, un laboratoire ou la méthode de mesure, la valeur minimale détectable peut être établie si des données appropriées sont disponibles pour chaque niveau concerné, c'est-à-dire une série de mesures, un processus de mesure, un laboratoire ou la méthode de mesure. Les valeurs minimales détectables peuvent être différentes pour une série de mesures, un processus de mesure, un laboratoire ou la méthode de mesure.

L'ISO 11843 est applicable aux quantités mesurées sur des échelles fondamentalement continues. Elle est applicable à des processus de mesure et des types d'appareil de mesure où la relation fonctionnelle entre la valeur attendue de la variable de réponse et la valeur de la variable d'état est décrite par une fonction d'étalonnage. Si la variable de réponse ou la variable d'état est une quantité vectorielle, les concepts de l'ISO 11843 s'appliquent séparément aux composantes des vecteurs ou aux fonctions des composantes.

### 2 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente partie de l'ISO 11843. Pour les références datées, les amendements ultérieurs ou les révisions de ces publications ne s'appliquent pas. Toutefois, les parties prenantes aux accords fondés sur la présente partie de l'ISO 11843 sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Pour les références non datées, la dernière édition du document normatif en référence s'applique. Les membres de l'ISO et de la CEI possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

ISO 3534-1:1993, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux.*

ISO 3534-2:1993, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Maîtrise statistique de la qualité.*

ISO 3534-3:1999, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 3: Plans d'expérience.*

ISO 11095:1996, *Étalonnage linéaire utilisant des matériaux de référence.*

ISO 11843-1:1997, *Capacité de détection — Partie 1: Termes et définitions.*

ISO Guide 30:1992, *Termes et définitions utilisés en rapport avec les matériaux de référence.*

### **3 Termes et définitions**

Pour les besoins de la présente partie de l'ISO 11843, les termes et définitions donnés dans l'ISO Guide 30, l'ISO 3534 (toutes les parties), l'ISO 11095 et l'ISO 11843-1 s'appliquent.

## **4 Plan d'expérience**

### **4.1 Généralités**

La procédure pour déterminer les valeurs d'un état réel inconnu comprend l'échantillonnage, la préparation et la mesure proprement dite. Dans la mesure où chaque étape de cette procédure est une source potentielle de contrainte, il est essentiel d'appliquer à la préparation et à la mesure de tous les états de référence ainsi qu'à l'état de base utilisé pour l'étalonnage la même procédure que celle qui a été utilisée pour la caractérisation des états réels inconnus.

Afin de mesurer les différences entre un ou plusieurs états réels inconnus et l'état de base, il est nécessaire de choisir un plan d'expérience propre à la comparaison. Les unités propres à cette expérience sont constituées par tous les états réels à mesurer et tous les états de référence utilisés pour l'étalonnage. Un plan idéal maintiendrait constants tous les facteurs réputés altérer le résultat et la maîtrise des facteurs inconnus en fournissant un ordre aléatoire de préparation et de réalisation des mesures.

Dans la réalité, il peut se révéler difficile de procéder de cette manière, dans la mesure où les préparations et les mesures des états concernés sont réalisées de manière consecutive pendant une certaine période. Toutefois, afin de détecter les erreurs principales qui varient dans le temps, il est fortement recommandé de réaliser un demi-étalonnage avant et un demi-étalonnage après la mesure des états inconnus. Cependant, cela n'est possible que lorsque la dimension de la série de mesures est connue à l'avance et que le temps alloué à cette méthode est suffisant. Lorsqu'il n'est pas possible de maîtriser tous les facteurs perturbateurs, des déclarations conditionnelles contenant toutes les hypothèses à satisfaire doivent être présentées.

De nombreuses méthodes de mesure requièrent un traitement chimique ou physique de l'échantillon avant de réaliser la mesure proprement dite. Ces deux étapes de la méthode de mesure ajoutent un facteur de variation aux résultats des mesures. Lorsqu'il est nécessaire de répéter les mesures, cette répétition comprend la répétition complète de la préparation et de la mesure. Toutefois, dans de nombreuses situations, le mode opératoire de mesure n'est pas répété entièrement, et plus particulièrement, toutes les phases préparatoires ne sont pas répétées pour chaque mesure; voir la note en 5.2.1.

### **4.2 Choix des états de référence**

Il convient que la plage de valeurs de la variable nette d'état propre aux états de référence comprenne

- la valeur zéro de la variable nette d'état, c'est-à-dire, en chimie analytique, un échantillon du matériau vierge; et
- au moins une valeur proche de celle suggérée par des informations préalables sur la valeur minimale détectable; lorsque cette exigence n'est pas satisfaite, il est recommandé de répéter l'étalonnage avec d'autres valeurs de la variable nette d'état, selon le cas.

Il y a lieu de choisir les états de référence de sorte que les valeurs de la variable nette d'état (y compris les valeurs issues d'une table logarithmique) soient approximativement équidistantes dans la plage comprise entre la valeur la plus petite et la valeur la plus grande.

Lorsque les états de référence sont représentés par les préparations des matériaux de référence, il convient que leur composition soit aussi proche que possible de la composition du matériau à mesurer.

### 4.3 Choix du nombre d'états de référence, $I$ , et du nombre de répétitions de procédures, $I$ , $K$ et $L$

Le choix du nombre d'états de référence, de préparations et de mesures répétées doit s'effectuer comme suit.

- Le nombre d'états de référence  $I$  utilisé dans l'étalonnage doit être au moins de 3; toutefois,  $I = 5$  est recommandé.
- Il convient que le nombre de préparations pour chaque état de référence  $J$  (y compris l'état de base) soit identique; au moins deux préparations ( $J = 2$ ) sont recommandées.
- Il est recommandé que le nombre de préparations pour l'état réel  $K$  soit identique au nombre  $J$  de préparations pour chaque état de référence.
- Le nombre de mesures répétées réalisées par préparation  $L$  doit être identique; au moins deux mesures répétées ( $L = 2$ ) sont recommandées.

NOTE Les formules applicables aux valeurs critiques et à la valeur minimale détectable données à l'article 5 ne sont valides qu'à la condition que le nombre de mesures répétées par préparation soit identique pour toutes les mesures des états de référence et des états réels.

(standards.iteh.ai)

Dans la mesure où les variations et le coût dus à la préparation sont habituellement plus importants que ceux dus à la mesure, le choix optimal de  $J$ ,  $K$  et  $L$  peut découler de l'optimisation des contraintes par rapport aux variations et aux coûts.

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/b34208d5-b11b-4f97-8880-f973af557b32/iso-11843-2-2000>

## 5 Valeurs critiques $y_c$ et $x_c$ et valeur minimale détectable $x_d$ d'une série de mesures

### 5.1 Hypothèses de base

Les procédures suivantes de calcul des valeurs critiques et de la valeur minimale détectable sont fondées sur les hypothèses formulées dans l'ISO 11095. Les méthodes de l'ISO 11095 sont utilisées avec une seule généralisation; voir 5.3.

Les hypothèses de base de l'ISO 11095 sont les suivantes:

- la fonction d'étalonnage est linéaire;
- les mesures de la variable de réponse de toutes les préparations et de tous les états de référence sont supposées être indépendantes et distribuées normalement avec l'écart-type désigné comme «écart-type résiduel»;
- l'écart-type résiduel est soit une constante, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas des valeurs de la variable nette d'état [cas 1], soit il constitue une fonction linéaire des valeurs de la variable nette d'état [cas 2].

Il convient que la décision relative à l'applicabilité de la présente partie de l'ISO 11843 et au choix de l'un des deux cas mentionnés soit fondée sur une connaissance préalable et sur un examen visuel des données.

## 5.2 Cas 1 — Écart-type constant

### 5.2.1 Modèle

Les hypothèses de linéarité de la fonction d'étalonnage et de l'écart-type constant sont représentées par le modèle suivant:

$$Y_{ij} = a + bx_i + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

où

$x_i$  est le symbole de la variable nette d'état avec l'état  $i$ ;

$\varepsilon_{ij}$  sont des variables aléatoires qui décrivent la composante aléatoire de l'erreur d'échantillonnage, de préparation et de mesure.

On suppose que les variables  $\varepsilon_{ij}$  sont indépendantes et distribuées normalement avec une espérance mathématique de zéro et l'écart-type résiduel théorique  $\sigma$ :  $\varepsilon_{ij} \sim N(0; \sigma^2)$ . Par conséquent, les valeurs  $Y_{ij}$  de la variable de réponse sont des variables aléatoires avec une espérance mathématique de  $E(Y_{ij}) = a + bx_i$  et une variance  $V(Y_{ij}) = \sigma^2$ , indépendante de  $x_i$ .

NOTE Lorsque  $J$  échantillons sont préparés pour les mesures et que chacun d'entre eux est mesuré  $L$  fois de sorte que les mesures de  $J \cdot L$  sont réalisées conjointement pour l'état de référence  $i$ ,  $Y_{ij}$  fait alors référence à la moyenne des  $L$  mesures obtenues avec l'échantillon préparé.

(standards.iteh.ai)

### 5.2.2 Estimation de la fonction d'étalonnage et de l'écart-type résiduel

ISO 11843-2:2000

Conformément à l'ISO 11095, les estimations (voir la note) de  $a$ ,  $b$  et  $\sigma$  sont données par les formules suivantes:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_i - \bar{x})(\bar{y}_{ij} - \bar{y})}{s_{xx}} \quad (2)$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{I \cdot J - 2} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\bar{y}_{ij} - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2 \quad (4)$$

Les symboles utilisés ici et dans d'autres formules données dans la présente partie de l'ISO 11843 sont définis à l'annexe A.

NOTE Les estimations sont identifiées par le symbole  $\hat{\phantom{x}}$  afin de les différencier des paramètres proprement dits qui, eux, sont non connus.

### 5.2.3 Calcul des valeurs critiques

La valeur critique de la variable de réponse est donnée par la formule suivante:

$$y_c = \hat{a} + t_{0,95}(v) \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{K} + \frac{1}{I \cdot J} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}}} \quad (5)$$

La valeur critique de la variable nette d'état est donnée par la formule suivante:

$$x_c = t_{0,95}(v) \frac{\hat{\sigma}}{\hat{b}} \sqrt{\frac{1}{K} + \frac{1}{I \cdot J} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}}} \quad (6)$$

où  $t_{0,95}(v)$  est le fractile de 95 % de la loi de  $t$  avec  $v = I \cdot J - 2$  degrés de liberté.

La dérivation de ces formules est donnée à l'annexe B.

#### 5.2.4 Calcul de la valeur minimale détectable

La valeur minimale détectable est donnée par la formule suivante:

$$x_d = \delta \frac{\hat{\sigma}}{\hat{b}} \sqrt{\frac{1}{K} + \frac{1}{I \cdot J} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}}} \quad (7)$$

où  $\delta = (v; \alpha; \beta)$  est la valeur du paramètre non centré déterminé de sorte qu'une variable aléatoire qui suit la loi de  $t$  non centrée avec  $v = I \cdot J - 2$  degrés de liberté et le paramètre non centré  $\delta, T(v; \delta)$  satisfait l'équation suivante:

$$P[T(v; \delta) \leq t_{1-\alpha}(v)] = \beta$$

où  $t_{1-\alpha}(v)$  est le fractile  $(1-\alpha)$  de la loi de  $t$  avec  $v$  degrés de liberté.

La dérivation de cette formule est donnée à l'annexe B.

Pour  $\alpha = \beta$  et  $v > 3$ , une approximation correcte de  $\delta$  est donnée par la formule suivante:

$$\delta(v; \alpha; \beta) \approx 2t_{1-\alpha}(v) \quad (8)$$

si  $v = 4$  et  $\alpha = \beta = 0,05$ , l'erreur relative de cette approximation est 5 %;  $t_{1-\alpha}(v)$  est le fractile  $(1-\alpha)$  de la loi de  $t$  avec  $v = I \cdot J - 2$  degrés de liberté.

Le Tableau 1 présente  $\delta(v; \alpha; \beta)$  pour  $\alpha = \beta = 0,05$  et pour différentes valeurs de  $v$ .

Pour  $\alpha = \beta$  et  $v > 3$ , la valeur approchée de  $x_d$  est donnée par la formule suivante:

$$x_d \approx 2t_{0,95}(v) \frac{\hat{\sigma}}{\hat{b}} \sqrt{\frac{1}{K} + \frac{1}{I \cdot J} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}}} = 2x_c \quad (9)$$

Tableau 1 — Valeurs du paramètre non centré pour  $\alpha = \beta = 0,05$  et  $\nu$  degrés de liberté

$\nu$	$\delta(\nu; \alpha; \beta)$	$\nu$	$\delta(\nu; \alpha; \beta)$	$\nu$	$\delta(\nu; \alpha; \beta)$
2	5,516	19	3,415	36	3,354
3	4,456	20	3,408	37	3,352
4	4,067	21	3,402	38	3,350
5	3,870	22	3,397	39	3,349
6	3,752	23	3,392	40	3,347
7	3,673	24	3,387	41	3,346
8	3,617	25	3,383	42	3,344
9	3,575	26	3,380	43	3,343
10	3,543	27	3,376	44	3,342
11	3,517	28	3,373	45	3,341
12	3,496	29	3,370	46	3,339
13	3,479	30	3,367	47	3,338
14	3,464	31	3,365	48	3,337
15	3,451	32	3,362	49	3,336
16	3,440	33	3,360	50	3,335
17	3,431	34	3,358		
18	3,422	35	3,356		

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

### 5.3 Cas 2 — Écart-type linéairement dépendant de la variable nette d'état

#### 5.3.1 Modèle

ISO 11843-2:2000

Les hypothèses de linéarité de la fonction d'étalonnage et de l'écart-type linéairement dépendant de la variable nette d'état sont représentées par le modèle suivant:

$$Y_{ij} = a + bx_i + \varepsilon_{ij} \tag{10}$$

où  $x_i$ ,  $a$ ,  $b$  et  $Y_{ij}$  sont comme définis en 5.2.1 et les variables  $\varepsilon_{ij}$  sont indépendantes et distribuées normalement avec l'espérance mathématique  $E(\varepsilon_{ij}) = 0$  et la variance suivante:

$$V(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2(x_i) = (c + dx_i)^2 \tag{11}$$

c'est-à-dire que l'écart-type résiduel est linéairement dépendant de  $x$ :

$$\sigma(x_i) = c + dx_i \tag{12}$$

Les paramètres du modèle,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont estimés selon une procédure en deux étapes comme établi en 5.3.2 et 5.3.3.

#### 5.3.2 Estimation de la relation linéaire entre l'écart-type résiduel et la variable nette d'état

Les paramètres  $c$  et  $d$  sont estimés par l'analyse de régression linéaire suivante:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_i)^2} \tag{13}$$