

---

---

**Interprétation statistique des données —  
Tests pour les écarts à la distribution  
normale**

*Statistical interpretation of data — Tests for departure from the normal  
distribution*

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

[ISO 5479:1997](#)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>



## Sommaire

	Page
1	Domaine d'application ..... 1
2	Références normatives ..... 1
3	Définitions et symboles ..... 2
4	Généralités ..... 3
5	Méthode graphique ..... 4
6	Tests directionnels ..... 11
7	Test conjoint utilisant $\sqrt{b_1}$ et $b_2$ (test multidirectionnel) ..... 15
8	Tests omnibus ..... 16
9	Test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants ..... 22
10	Tables statistiques ..... 24
<b>Annexes</b>	
A	Feuille de papier quadrillé de probabilité normale ..... 32
B	Références bibliographiques ..... 33

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

[ISO 5479:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbc-9d190-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbc-9d190-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

© ISO 1997

Droits de reproduction réservés. Sauf prescription différente, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

Organisation internationale de normalisation  
Case postale 56 • CH-1211 Genève 20 • Suisse  
Internet central@iso.ch  
X.400 c=ch; a=400net; p=iso; o=isocs; s=central  
Imprimé en Suisse

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

La Norme internationale ISO 5479 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 6, *Méthodes et résultats de mesure*.

Les annexes A et B de la présente Norme internationale sont données uniquement à titre d'information.

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)  
ISO 5479:1997  
<https://standards.iteh.ai/en/standards/ISO/TC69/SC6/ISO-5479-1997/ISO-5479-1997-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

## Introduction

De nombreuses méthodes statistiques recommandées dans les Normes internationales, telles que celles qui sont décrites dans l'ISO 2854<sup>[1]</sup>, sont fondées sur l'hypothèse que la (les) variable(s) aléatoire(s) à laquelle (auxquelles) ces méthodes s'appliquent sont distribuées indépendamment selon une distribution normale avec un ou deux de ses paramètres inconnus.

La question suivante se pose alors: la distribution représentée par l'échantillon est-elle suffisamment proche de la distribution normale pour que les méthodes données par ces Normes internationales puissent être valablement utilisées?

Il n'y a pas de réponse simple par oui ou non à cette question qui soit valable dans tous les cas. Pour cette raison, un grand nombre de «tests de normalité» ont été mis au point, dont chacun est plus ou moins sensible à un aspect particulier de la distribution en cause; par exemple l'asymétrie ou l'aplatissement.

[ISO 5479:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-505d3eab071c/iso-5479-1997)

[https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-505d3eab071c/iso-5479-1997)

En général, le test utilisé est conçu pour correspondre à un risque prédéterminé *a priori* que l'hypothèse de normalité est rejetée même si elle est vraie (erreur de première espèce). D'autre part, la probabilité que cette hypothèse n'est pas rejetée alors qu'elle n'est pas vraie (erreur de deuxième espèce) ne peut être déterminée à moins que l'hypothèse alternative (c'est-à-dire celle qui est opposée à l'hypothèse de normalité) ne puisse être définie avec précision. Cela n'est pas possible en général et, de plus, nécessite des calculs complémentaires. Pour un test donné, ce risque est particulièrement élevé si la taille d'échantillon est faible.

# Interprétation statistique des données — Tests pour les écarts à la distribution normale

## 1 Domaine d'application

**1.1** La présente Norme internationale donne des lignes directrices concernant des méthodes et des tests utilisés pour décider s'il convient ou non de rejeter l'hypothèse de distribution normale, en supposant que les observations sont indépendantes.

**1.2** Chaque fois qu'il y a doute sur la normalité de la distribution des observations, l'emploi d'un test d'écart à la distribution normale peut être utile ou même nécessaire. Cependant, dans le cas de méthodes robustes (c'est-à-dire où les résultats ne sont que très légèrement modifiés quand la véritable distribution des observations n'est pas une distribution normale), un test d'écart à la distribution normale n'est pas d'une grande aide. C'est le cas, par exemple, quand la moyenne d'un échantillon aléatoire unique d'observations doit être comparée à une valeur théorique donnée en utilisant un test  $t$ .

ISO 5479:1997

**1.3** Il n'est pas strictement nécessaire d'utiliser un test chaque fois qu'on se réfère à des méthodes statistiques fondées sur l'hypothèse de normalité. Il est possible qu'il n'existe aucun doute quant à la normalité de la distribution des observations, soit qu'il y ait des raisons théoriques (par exemple physiques) qui confirment cette hypothèse, ou parce que cette hypothèse est réputée acceptable selon une information antérieure.

**1.4** Les tests d'écart à la distribution normale, sélectionnés dans la présente Norme internationale, sont principalement destinés à des données complètes, et non à des données groupées. Ils ne sont pas adaptés pour des données tronquées.

**1.5** Les tests d'écart à la distribution normale sélectionnés dans la présente Norme internationale peuvent être appliqués soit aux valeurs observées ou à des fonctions de celles-ci, telles que le logarithme ou la racine carrée.

**1.6** Les tests d'écart à la distribution normale sont très inefficaces pour des échantillons de taille inférieure à huit. En conséquence, la présente Norme internationale est limitée à des échantillons de taille égale ou supérieure à huit.

## 2 Référence normative

La norme suivante contient des dispositions qui, par suite de la référence qui en est faite, constituent des dispositions valables pour la présente Norme internationale. Au moment de la publication, l'édition indiquée était en vigueur. Toute norme est sujette à révision et les parties prenantes des accords fondés sur la présente Norme internationale sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer l'édition la plus récente de la norme indiquée ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur à un moment donné.

ISO 3534-1:1993, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux.*

### 3 Définitions et symboles

#### 3.1 Définitions

Pour les besoins de la présente Norme internationale, les définitions données dans l'ISO 3534-1 s'appliquent.

#### 3.2 Symboles

$a_k$	coefficient du test Shapiro-Wilk
$A$	quantité auxiliaire pour le test d'Epps-Pulley
$b_2$	aplatissement empirique
$\sqrt{b_1}$	asymétrie empirique
$B$	quantité auxiliaire pour le test d'Epps-Pulley
$E$	espérance mathématique
$G_j$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$h$	nombre d'échantillons successifs
$H_0$	hypothèse nulle
$H_1$	hypothèse alternative
$k$	dans l'échantillon arrangé en ordre non décroissant, nombre de valeurs $x$ observées
$m_j$	moment centré d'ordre $j$ de l'échantillon
$n$	taille de l'échantillon
$p$	probabilité associée au quantile d'ordre $p$ de la distribution
$P$	probabilité
$P_k$	probabilité associée à $X_{(k)}$
$S$	quantité auxiliaire pour le test de Shapiro-Wilk
$T$	statistique de test
$T_{EP}$	statistique de test d'Epps-Pulley
$u_p$	quantile d'ordre $p$ de la distribution réduite
$v_j$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$W$	statistique de test de Shapiro-Wilk
$W_j$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$x$	valeur de $X$
$X$	variable aléatoire
$x_{(j)}$	$j^{\text{ème}}$ valeur observée de l'échantillon arrangé en ordre non décroissant
$x_{(k)}$	$k^{\text{ème}}$ valeur observée de l'échantillon arrangé en ordre non décroissant
$\bar{x}$	moyenne arithmétique
$\alpha$	niveau de signification

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

ISO 5479:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

$\beta$	probabilité de l'erreur de seconde espèce
$\beta_2$	aplatissement de la population
$\beta_2 - 3$	excès de la population
$\sqrt{\beta_1}$	asymétrie de la population
$\gamma$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\gamma_{(n)}$	coefficient du test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\delta$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\delta_{(n)}$	coefficient du test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\varepsilon$	quantité auxiliaire pour le test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\varepsilon_{(n)}$	coefficient du test conjoint utilisant plusieurs échantillons indépendants
$\mu$	espérance mathématique
$\mu_2$	moment centré du deuxième ordre (variance) de la population
$\mu_3$	moment centré du troisième ordre de la population
$\mu_4$	moment centré du quatrième ordre de la population
$\sigma$	écart-type de la population ( $=\sqrt{\mu_2}$ )

iTech STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)  
ISO 5479:1997  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbe-9d90-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

## 4 Généralités

**4.1** Il y a plusieurs catégories de tests d'écart à la normalité. Dans la présente Norme internationale, sont traitées les méthodes graphiques, les tests de moments, les tests de régression et les tests de fonction caractéristique. Les tests de chi-carré sont appropriés pour des données groupées seulement mais, comme le groupement des résultats entraîne une perte d'information, ces tests ne sont pas traités dans la présente Norme internationale.

**4.2** Si on ne dispose pas d'autre information sur l'échantillon, il est recommandé de faire en premier lieu un graphique de probabilité normale; c'est-à-dire de reporter la fonction cumulative de distribution des valeurs observées sur un papier quadrillé de probabilité normale, consistant en un système d'axes de coordonnées où la fonction cumulative de distribution de la distribution normale est représentée par une droite.

Cette méthode, qui est décrite dans l'article 5, permet de «voir» immédiatement si la distribution observée est proche ou non de la distribution normale. Avec cette information additionnelle, on peut décider s'il est recommandé d'effectuer un test directionnel, ou de pratiquer soit un test de régression ou un test de fonction caractéristique, ou aucun test du tout. De plus, bien qu'une telle représentation graphique ne puisse être considérée comme un test rigoureux, l'information résumée qu'elle apporte est un supplément essentiel à tout test d'écart à la distribution normale. Dans le cas du rejet de l'hypothèse nulle, il est souvent possible d'envisager par ce moyen le type d'alternative qui pourrait s'appliquer.

**4.3** Un test d'écart à la distribution normale est un test de l'hypothèse nulle selon laquelle l'échantillon est constitué de  $n$  observations indépendantes tirées d'une même distribution normale. Il consiste dans le calcul de la fonction  $T$  des observations, qui est appelée la statistique du test. L'hypothèse nulle d'une distribution normale est alors rejetée ou non selon que la valeur de  $T$  se trouve ou non dans un intervalle de valeurs proches de la valeur attendue qui correspond à la distribution normale.

**4.4** La **région critique** du test est l'ensemble des valeurs de  $T$  qui conduisent au rejet de l'hypothèse nulle. Le **niveau de signification** du test est la probabilité  $P$  d'obtenir une valeur de  $T$  dans la région critique quand l'hypothèse nulle est correcte. Ce niveau donne la probabilité de rejeter de façon erronée l'hypothèse nulle (erreur de première espèce).

La limite de la région critique est (ou, dans le cas d'un test bilatéral, les limites de la région critique sont) la (les) valeur(s) critique(s) de la statistique du test.

**4.5** La **puissance** du test est la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle quand elle n'est pas vérifiée. Une puissance élevée donne une faible probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle de façon erronée (erreur de deuxième espèce).

Il convient de souligner que la puissance d'un test (c'est-à-dire pour une situation donnée, la probabilité que l'hypothèse nulle d'une distribution normale sera rejetée si elle est fautive) augmente si le nombre d'observations augmente. Par exemple, un écart à la distribution normale qui deviendrait apparent quand on utilise un test d'écart à la distribution normale sur un échantillon important pourrait ne pas être détecté par le même test s'il y avait moins d'observations.

**4.6** Une distinction est faite entre deux catégories de tests d'écart à la distribution normale. Quand la forme de l'écart à la distribution normale est spécifiée dans l'hypothèse alternative, le test est alors un **test directionnel**. Cependant, quand la forme de l'écart à la distribution normale n'est pas spécifiée dans l'hypothèse alternative, le test est un **test omnibus**.

Dans un test directionnel, la région critique est déterminée d'une façon telle que la puissance du test atteigne sa valeur maximale. Dans un test omnibus, il est nécessaire de diviser la région critique de façon telle que la région critique soit constituée des valeurs de la statistique de test qui sont éloignées de la valeur attendue.

S'il y a des suppositions sur le type d'écart à la distribution normale, c'est-à-dire quand on envisage une distribution dont l'asymétrie ou l'aplatissement diffère de celui (celle) de la distribution normale, il convient d'appliquer un test directionnel, parce que sa puissance est plus grande que celle d'un test omnibus.

**4.7** Il est à noter qu'un test directionnel est par essence unilatéral. Dans le cas d'asymétrie, par exemple, il est centré soit sur l'asymétrie positive, soit par l'asymétrie négative. Cependant, lorsque l'on considère de façon conjointe plusieurs alternatives, le test est multidirectionnel. C'est le cas, en particulier, quand une asymétrie non nulle et un aplatissement différent de celui de la distribution normale sont considérés conjointement.

**4.8** Les tables 8 à 14 et la figure 9 permettent de pratiquer les tests pour les niveaux les plus usuels de  $\alpha$ , c'est-à-dire  $\alpha = 0,05$  et  $\alpha = 0,01$ . Il faut spécifier le niveau de signification avant de pratiquer le test. À noter, qu'un test peut conduire au rejet de l'hypothèse nulle au niveau 0,05 et au non-rejet de cette même hypothèse au niveau 0,01.

**4.9** Au cours du calcul électronique des statistiques de test, il est nécessaire d'utiliser au moins 6 chiffres significatifs. Les sous-totaux, résultats intermédiaires et quantités auxiliaires ne doivent pas être arrondis à moins de 6 chiffres significatifs.

## 5 Méthode graphique

**5.1** La fonction cumulative de distribution des valeurs observées est reportée sur un papier quadrillé de probabilité normale. Sur ce papier, l'un des axes (dans la présente Norme internationale, l'axe vertical) est à une échelle non linéaire selon l'aire au-dessous de la distribution normale réduite et est coté avec les valeurs correspondantes de la fréquence relative cumulée. L'autre axe a une échelle linéaire pour les valeurs ordonnées de  $X$ . La fonction cumulative de distribution de la variable  $X$  est alors représentée de façon approximative par une ligne droite.

Parfois les deux axes sont échangés. De plus, si une transformation normalisante de la variable  $X$  est faite, l'échelle linéaire peut être remplacée par une échelle logarithmique, quadratique, réciproque ou autre.



La figure 1 donne un exemple du papier quadrillé de probabilité normale. Sur l'axe vertical, les valeurs de la fréquence relative cumulée sont données en pourcentage, tandis que l'axe horizontal a une échelle linéaire arbitraire.

Une feuille vierge du papier quadrillé de probabilité normale est fournie en annexe A.

Si un graphique sur ce papier présente un ensemble de points qui semblent dispersés autour d'une ligne droite, ceci fournit un argument grossier en faveur de l'hypothèse que l'échantillon peut être raisonnablement considéré comme provenant d'une distribution normale.

Cependant, s'il y a un écart systématique par rapport à la ligne droite, le graphique suggère souvent le type de distribution à prendre en considération.

L'importance de cette approche est qu'elle fournit aisément une information visuelle sur le type d'écart à la distribution normale.

Si le graphique indique que les données proviennent d'une distribution déformée (par exemple si le graphique de la fonction cumulative de distribution est tel que sur la figure 5 ou 6), une transformation des données peut conduire à une distribution normale.

Si le graphique indique que les données ne proviennent pas d'une simple distribution homogène, mais plutôt d'un mélange de deux sous-populations homogènes ou plus (par exemple si le graphique de la fonction cumulative de distribution est tel que sur la figure 7), il est recommandé d'identifier ces sous-populations et de poursuivre l'analyse séparément sur chaque sous-population.

Il convient de garder présent à l'esprit le fait qu'un tel graphique n'est en aucune façon un test d'écart à la distribution normale au sens strict. Dans le cas de petits échantillons, une courbure prononcée peut se rencontrer pour des populations normales, tandis que pour de grands échantillons, une faible courbure peut indiquer des distributions non normales.

ISO 5479:1997

**5.2** La procédure graphique consiste à arranger les valeurs observées  $[x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}]$  en ordre non décroissant, et à reporter

$$P_k = (k - 3/8)/(n + 1/4) \quad \dots (1)$$

en fonction de  $x_{(k)}$  sur un papier quadrillé de probabilité normale.

NOTE 1 Des alternatives communément utilisées à la place de l'équation (1) sont

$$P_k = (k - 1/2)/n$$

et

$$P_k = k/(n + 1)$$

Ce sont des approximations moins bonnes que la fonction de distribution normale de la statistique usuelle,  $F[E(X_{(k)})]$ , et leur emploi n'est pas recommandé.

**5.3** Un exemple d'utilisation du papier quadrillé de probabilité normale est représenté à la figure 2.

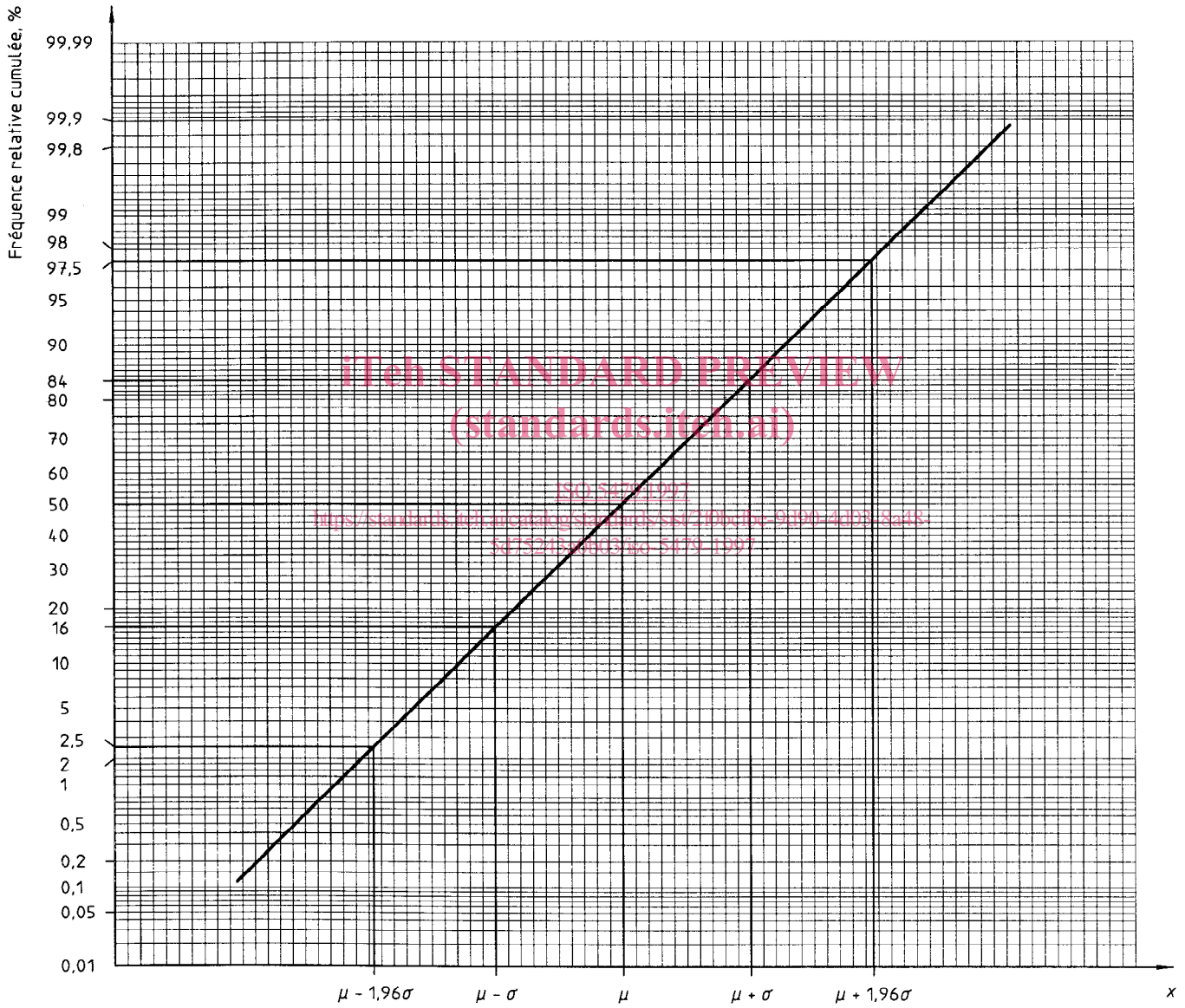


Figure 1 — Papier quadrillé de probabilité normale annoté

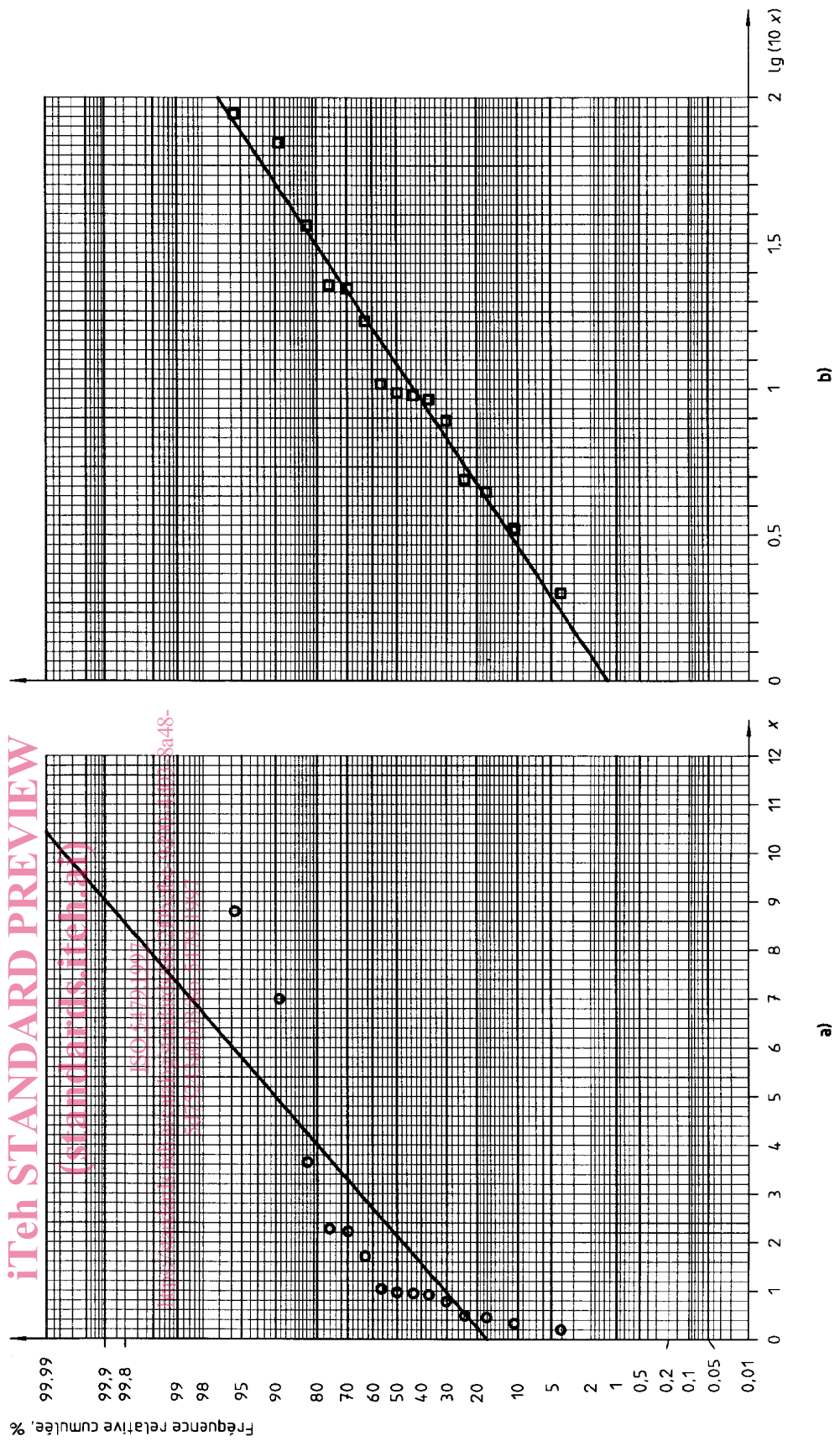


Figure 2 — Graphique d'une série d'observations sur un papier quadrillé de probabilité normale

La table 1 montre les valeurs  $x_{(k)}$  en ordre non décroissant du résultat d'une série de 15 essais indépendants de fatigue sous flexion rotative.

**Table 1 – Résultats  $x_{(k)}$  d'une série de 15 essais de fatigue en flexion rotative et valeurs correspondantes de  $\lg(10 x_{(k)})$**

$k$	$P = \frac{k-3/8}{n+1/4}$	$x_{(k)}$	$\lg(10x_{(k)})$
1	0,041	0,200	0,301
2	0,107	0,330	0,519
3	0,172	0,445	0,648
4	0,238	0,490	0,690
5	0,303	0,780	0,892
6	0,369	0,920	0,964
7	0,434	0,950	0,978
8	0,500	0,970	0,987
9	0,566	1,040	1,017
10	0,631	1,710	1,233
11	0,697	2,220	1,346
12	0,762	2,275	1,357
13	0,828	3,650	1,562
14	0,893	7,000	1,845
15	0,959	8,800	1,944

NOTE 2 Dans la table 1 et les exemples suivants, on a omis les unités des observations parce qu'elles ne sont pas concernées par les tests de la présente Norme internationale.

En associant la probabilité

$$P_k = (k - 3/8)/(n + 1/4)$$

ISO 5479:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbc-9d90-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

à la  $k^{\text{ème}}$  valeur  $x_{(k)}$ , on obtient la série de points indiquée sur la figure 2a). On voit immédiatement sur ce graphique que ces points ne sont pas alignés. Cependant, si  $x_{(k)}$  est remplacé par  $\lg(10 x_{(k)})$ , le nouveau graphique [figure 2b)] conduit à une série de points qui, cette fois, se tiennent raisonnablement près d'une ligne droite.

L'hypothèse d'une distribution normale du logarithme des observations semble donc adéquate.

**5.4** Il convient de noter le fait que les valeurs observées extrêmes ont une variance plus grande que les valeurs du milieu. Par conséquent, et comme l'échelle de fréquence relative cumulée s'agrandit vers les extrêmes, quelques valeurs à chaque extrémité de la distribution cumulative qui sont distinctement en dehors de la ligne droite définie par les valeurs du milieu ne peuvent être considérées comme des indicateurs d'un écart à la distribution normale.

Plus la taille de l'échantillon est élevée, plus fiables sont les conclusions qu'on peut déduire de la forme du graphique.

Si le graphique de la fonction cumulative de distribution des valeurs observées est tel que les grandes valeurs tendent à être nettement au-dessous de la ligne droite définie par les autres valeurs, une transformation telle que

$$y = \log x$$

ou

$$y = \sqrt{x}$$

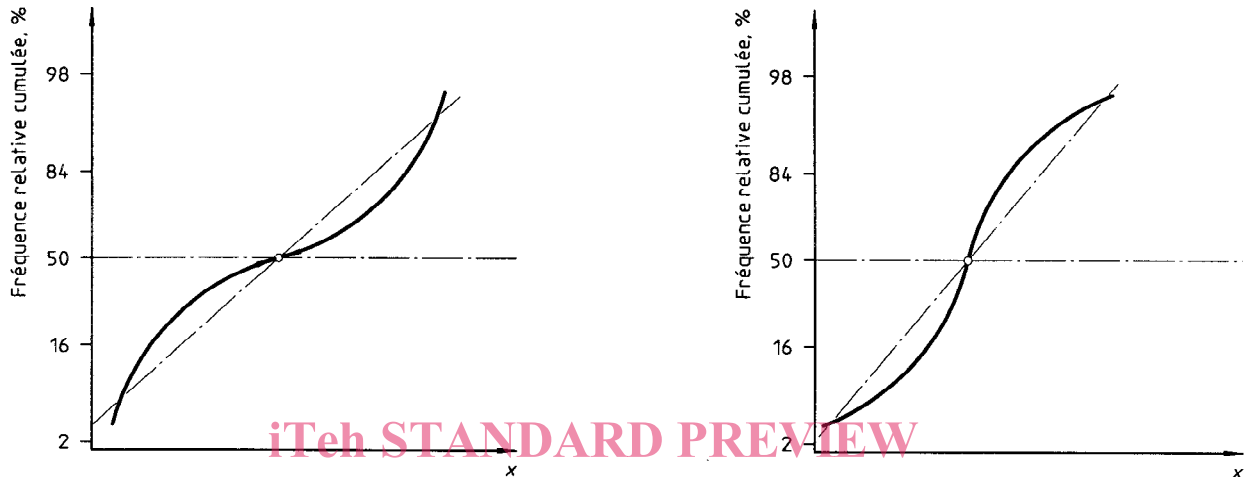
conduira en général à un graphique plus proche d'une ligne droite [voir les figures 2b) et 5].

Les parties supérieures des figures 3 à 7 montrent la fonction cumulative de distribution comparée à la fonction de densité correspondante présentée dans la partie inférieure de chaque figure.

Si le graphique de la fonction cumulative de distribution des valeurs observées est tel que celui représenté à la figure 3 ou 4, la distribution de fréquence correspondante est respectivement un aplatissement en défaut (platikurtique) ou un aplatissement en excès (leptocurtique).

Les graphiques des fonctions cumulatives de distribution des figures 5 et 6 correspondent à une fonction de densité à asymétrie respectivement positive et négative.

La figure 7 montre la fonction cumulative de distribution et la fonction de densité de la superposition de deux fonctions de densité différentes.



iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

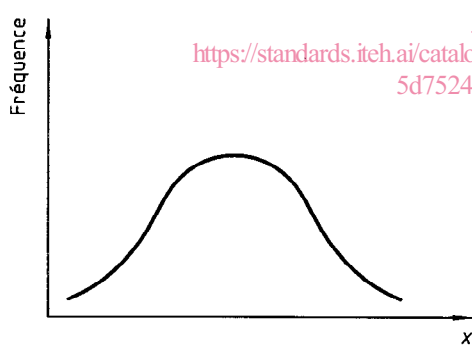


Figure 3 — Fonction de densité avec aplatissement en défaut

ISO 5479:1997  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/2f0bcfbc-6590-4d03-8a48-5d75243a0b03/iso-5479-1997>

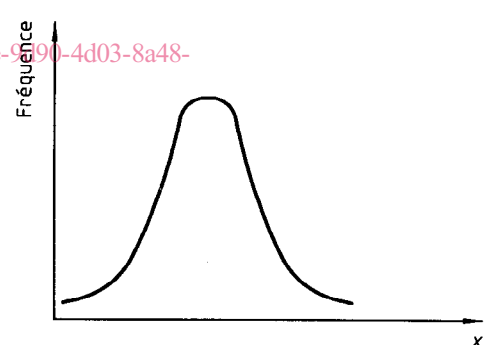


Figure 4 — Fonction de densité avec aplatissement en excès