
**Optique et instruments d'optique —
Instruments géodésiques — Méthodes de
détermination sur site de la précision —**

**Partie 2:
Théodolites**

iTeh STANDARD PREVIEW

*Optics and optical instruments — Geodetic instruments — Field
procedures for determining accuracy —*

Part 2: Theodolites

ISO 12857-2:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>



Sommaire	Page
Introduction	
1 Domaine d'application	1
2 Références normatives.....	1
3 Définitions	1
4 Généralités	1
5 Techniques	2
5.1 Mesurage des directions horizontales	2
5.2 Mesurage des angles verticaux.....	5
Annexes	
A Exemples de calcul.....	11
B Exemple de programme informatique adapté aux calculs, conformément à 5.2.4.....	17

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

[ISO 12857-2:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

© ISO 1997

Droits de reproduction réservés. Sauf prescription différente, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

Organisation internationale de normalisation
Case postale 56 • CH-1211 Genève 20 • Suisse
Internet central@iso.ch
X.400 c=ch; a=400net; p=iso; o=isocs; s=central

Imprimé en Suisse

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

La Norme internationale ISO 12857-2 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 172, *Optique et instruments d'optique*, sous-comité SC 6, *Instruments géodésiques et d'observation*.

L'ISO 12857 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Optique et instruments d'optique - Instruments géodésiques - Méthode de détermination sur site de la précision* :

- *Partie 1 : Niveaux*
- *Partie 2 : Théodolites*
- *Partie 2 : Télémètres électro-optiques (instruments MED)*

Les annexes A et B de la présente partie de l'ISO 12857 sont données uniquement à titre d'information.

[ISO 12857-2:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

ITC STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

Page blanche

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO 12857-2:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

Optique et instruments d'optique — Instruments géodésiques — Méthodes de détermination sur site de la précision —

Partie 2 : Théodolites

1 Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 12857 spécifie des techniques sur site à adopter pour déterminer et évaluer la précision des théodolites utilisés pour la surveillance.

Ces essais sont destinés à avoir un caractère opérationnel et ce ne sont ni des essais d'acceptation, ni des essais de performance.

Les techniques sont appliquées pour déterminer la précision de différents instruments en une seule fois, ou celle d'un seul instrument en plusieurs fois.

Les techniques sur site peuvent être appliquées n'importe où, sans nécessiter d'équipement particulier ; elles sont conçues pour limiter les influences atmosphériques.

NOTE - D'autres Normes internationales sur les essais des instruments de mesure dans le domaine de la construction immobilière sont disponibles.

ITeH STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

[ISO 12857-2:1997](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997)

2 Références normatives

standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997

Les normes suivantes contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui en est faite, constituent des dispositions valables pour la présente norme internationale. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Toute norme est sujette à révision et les parties prenantes des accords fondés sur la présente norme internationale sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des normes indiquées ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des normes internationales en vigueur à un moment donné.

ISO 3534-1:1993, *Statistique - Vocabulaire et symboles - Partie 1 : Probabilité et termes statistiques généraux.*

ISO 9849:1991, *Optique et instruments d'optique - Instruments géodésiques - Vocabulaire.*

3 Définitions

Pour les besoins de la présente partie de l'ISO 12857, les termes et définitions donnés dans l'ISO 3534-1 et l'ISO 9849 s'appliquent.

4 Généralités

L'état de réglage par l'utilisateur du théodolite et de l'équipement auxiliaire associé, doit être connu et acceptable, et doit correspondre aux méthodes spécifiées dans les manuels de l'utilisateur.

La précision des théodolites est exprimée en termes d'écart-type d'une direction horizontale (HZ), observée dans les deux positions faciales du télescope, ou d'angle vertical (V) observé en une fois dans les deux positions faciales du télescope.

Les méthodes d'essai indiquées dans la présente partie de l'ISO 12857 ont pour but de déterminer l'écart-type $s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$ ou $s_{\text{ISO-THEO-V}}$.

Il convient d'appliquer les essais statistiques afin de déterminer si l'écart-type s obtenu appartient à la population de l'écart-type d'instrumentation, si deux échantillons essayés appartiennent à la même population ou si l'indice de correction σ du cercle vertical est égal à zéro.

5 Techniques

5.1 Mesurage des directions horizontales

5.1.1 Généralités

Les techniques sur site suivantes doivent être adoptées afin de déterminer la précision des théodolites pour des directions horizontales, mesurée par une seule équipe de surveillance avec un seul instrument et son équipement annexe.

Les résultats d'essai sont influencés par les conditions météorologiques. Ces conditions comprennent les différences au niveau de la température de l'air et de la pression, de la vitesse du vent, de la couverture nuageuse et de la visibilité. Un ciel couvert garantit les conditions atmosphériques les plus favorables. Les résultats obtenus à partir d'essais en laboratoire ne seraient pratiquement pas affectés par une influence atmosphérique ; cependant, ils présentent un coût élevé et ne sont pas pratiques pour la plupart des utilisateurs.

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

5.1.2 Configuration d'essai

Cinq cibles, distantes de 100 m et 250 m, doivent être placées approximativement sur le même plan que l'instrument, à intervalles les plus réguliers possible par rapport à l'horizon. Il faut utiliser des cibles qui puissent être observées sans erreur, de préférence des plaques.

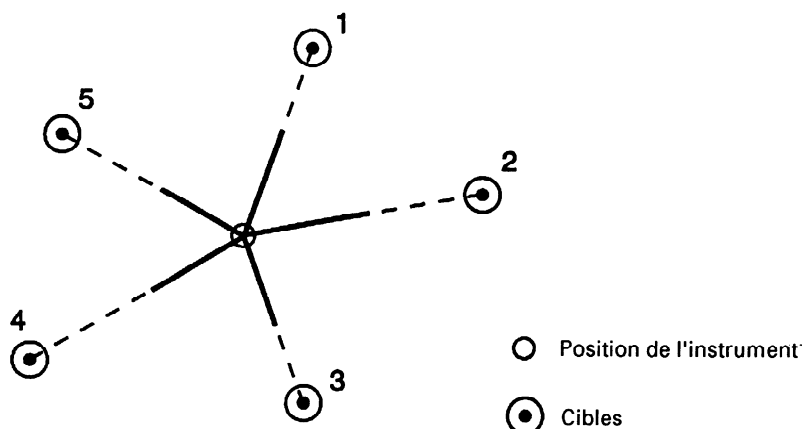


Figure 1 - Configuration d'essai

5.1.3 Observations

Quatre séries d'observations doivent être effectuées, dans des conditions climatiques variées mais sans atteindre d'extrême. Chaque série d'observations (k) doit comporter trois jeux de directions (j) vers les cinq cibles (i).

Dans chacun des jeux, les cinq cibles doivent être observées en position I face au télescope dans le sens des aiguilles d'une montre (1), (2), (3), (4), (5) et en position II face au télescope dans le sens contraire aux aiguilles d'une montre (5), (4), (3), (2), (1). Le cercle gradué doit être changé en position 60° (67 gon) après chaque jeu. S'il est impossible de faire effectuer au cercle gradué une rotation physique, par exemple pour des théodolites électroniques, on peut faire subir à la partie inférieure du théodolite une rotation d'environ 120° (133 gon) sur le trépied.

5.1.4 Calculs

L'évaluation des valeurs mesurées correspond à un ajustement des équations d'observation. Dans une série d'observations, de nombre k , chaque direction est indiquée par $r_{i,j,I}$ ou $r_{i,j,II}$, l'indice i correspondant à la cible et l'indice j au numéro du jeu. I et II correspondent à la position faciale du télescope. Chaque série d'observations est évaluée séparément.

On calcule les valeurs moyennes des relevés

$$\bar{r}_{i,j} = \frac{r_{i,j,I} + r_{i,j,II} \pm 200 \text{ gon}}{2}; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \quad j = 1, 2, 3$$

dans les deux positions faciales du télescope, I et II. Si on se limite à la cible n° 1, on obtient les résultats suivants :

$$r'_{i,j} = r_{i,j} - r_{1,j}; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \quad j = 1, 2, 3$$

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-35926670817b-ISO-12857-2:1997>

Les valeurs moyennes correspondant aux directions résultant des trois jeux, pour la cible n° i , sont les suivantes :

$$\bar{r}_i = \frac{r'_{i,1} + r'_{i,2} + r'_{i,3}}{3}; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

A partir des différences

$$d_{i,j} = \bar{r}_i - r'_{i,j}; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \quad j = 1, 2, 3$$

on obtient, pour chaque jeu d'observations, la moyenne arithmétique suivante :

$$\bar{d}_j = \frac{d_{1,j} + d_{2,j} + d_{3,j} + d_{4,j} + d_{5,j}}{5}; \quad j = 1, 2, 3$$

d'où résultent les corrections :

$$c_{i,j} = d_{i,j} - \bar{d}_j; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \quad j = 1, 2, 3$$

Aux erreurs d'arrondi près, chaque jeu doit remplir la condition suivante :

$$\sum_{i=1}^5 c_{i,j} = 0; \quad j = 1, 2, 3$$

La somme par carrés des corrections de la série d'observations n° k est égale à :

$$cc_k = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 c_{i,j}^2$$

Pour les trois jeux de directions vers les cinq cibles, le degré de liberté est, dans chacun des cas :

$$f_k = (3 - 1) \cdot (5 - 1) = 8$$

et l'écart-type d'une direction $r_{i,j}$, pour la série d'observations n° k , dans un jeu, est le suivant :

$$s_k = \sqrt{\frac{cc_k}{f_k}} = \sqrt{\frac{cc_k}{8}}$$

D'après la présente partie de l'ISO 12857, l'écart-type s_0 d'une direction horizontale observé dans un jeu (moyenne arithmétique des relevés dans les deux positions faciales du télescope) et calculé pour les quatre séries d'observations, avec un degré de liberté

$$f = 4; f_k = 32$$

s'élève à :

$$s_0 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 cc_k}{f}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 cc_k}{32}}$$

$$s_{\text{ISO-THEO-HZ}} = s_0$$

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

5.1.5 Essais statistiques

ISO 12857-2:1997

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e->

Pour interpréter les résultats, il convient d'effectuer des essais statistiques au moyen de l'écart-type s_0 d'une direction horizontale observée dans un jeu d'essai, pour pouvoir répondre aux questions suivantes.

A) L'écart-type calculé $s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$ est-il inférieur à la valeur σ_0 mentionnée par le fabricant ou inférieur à une autre valeur prédéterminée σ_0 ?

B) Les deux écarts-types s_1 et s_2 , déterminés à partir de deux échantillons de mesure différents, appartiennent-ils à la même population, en supposant qu'ils ont le même degré de liberté f ?

Les écarts-types s_1 et s_2 peuvent être obtenus à partir de :

- deux séries de mesures avec le même instrument et des observateurs différents ;
- deux séries de mesures avec le même instrument, à des moments différents ;
- deux séries de mesures avec des instruments différents.

Tableau 1 - Essais statistiques

Question	Hypothèse nulle	Autre hypothèse
A	$s_0 \leq \sigma_0$	$s_0 > \sigma_0$
B	$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$

Pour les essais suivants, on suppose le niveau de confiance égal à $1 - \alpha = 0,95$ et un degré de liberté $f = 32$, en fonction du type de mesurage.

A) L'hypothèse nulle, d'après laquelle l'écart-type s_0 , déterminé de façon empirique, est inférieur ou égal à une valeur σ_0 , théorique ou prédéterminée, n'est pas rejeté à partir du moment où la condition suivante est remplie :

$$s_0 \leq \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi_{f,1-\alpha}^2}{f}}$$

$$s_0 \leq \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi_{32,0,95}^2}{32}}$$

$$\chi_{32; 0,95}^2 = 46,19$$

$$s_0 \leq \sigma_0 \sqrt{\frac{46,19}{32}}$$

$$s_0 \leq \sigma_0 \cdot 1,20$$

Sinon, l'hypothèse nulle est rejetée.

B) Dans le cas de deux échantillons différents, n° 1 et n° 2, un essai indique si les écarts-types estimés s_1 et s_2 appartiennent à la même population. L'hypothèse nulle correspondante, $\sigma_1 = \sigma_2$, n'est pas rejetée si la condition suivante est remplie :

$$\frac{1}{F_{f,f,1-\alpha/2}} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{f,f,1-\alpha/2}$$

$$\frac{1}{F_{32; 32; 0,975}} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} < F_{32; 32; 0,975}$$

$$F_{32; 32; 0,975} = 2,02$$

$$0,49 \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq 2,02$$

Sinon, l'hypothèse nulle est rejetée.

Le degré de liberté varie ainsi que les valeurs d'essai correspondantes, $\chi_{f, 1-\alpha}^2$ et $F_{f1, f2; 1-\alpha/2}$ (provenant de manuels de statistiques de référence) à partir du moment où un nombre différent d'observations est analysé.

5.2 Mesurage des angles verticaux

5.2.1 Généralités

Les techniques sur site suivante doivent être adoptées afin de déterminer la précision des théodolites pour les angles verticaux mesurés par une seule équipe de surveillance avec un seul instrument et son équipement annexe.

Les résultats d'essai sont influencés par les conditions météorologiques : différences au niveau de la température de l'air et de la pression, de la vitesse du vent, de la couverture nuageuse et de la visibilité. Un ciel couvert garantit les conditions atmosphériques les plus favorables. Les résultats obtenus à partir d'essais en laboratoire ne seraient pratiquement pas affectés par une influence atmosphérique ; cependant, ils présentent un coût élevé et ne sont pas pratiques pour la plupart des utilisateurs.

5.2.2 Configuration d'essai

Une mire graduée en invar doit être installée verticalement, dans une position fixe, au moyen d'étais, à chaque série d'observations. Pour les essais d'un théodolite présentant une résolution de 3" (1 mgon), il est recommandé que la distance x_2 soit environ égale à 5 m ; si leur résolution est de 1" (0,3 mgon), il est recommandé qu'elle soit d'environ 15 m (voir figure 2).

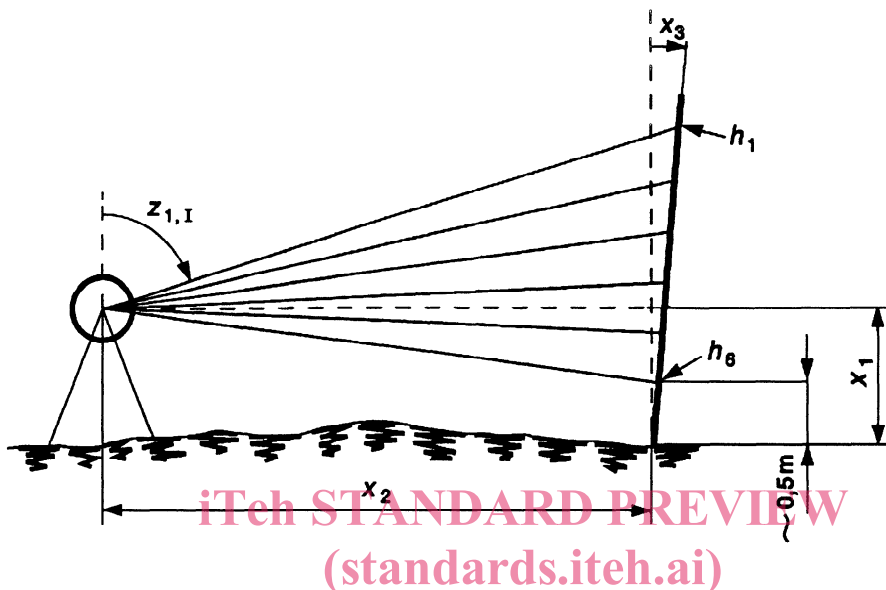


Figure 2 - Configuration d'essai

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

5.2.3 Observations

Il faut effectuer un total de quatre séries d'observations dans des conditions climatiques variées mais sans extrêmes. La différence de hauteur entre l'instrument et la mire doit varier afin de couvrir une plus grande plage du cercle vertical.

Chaque série d'observations (k) doit comporter douze mesures des angles verticaux (angle zénithal) correspondant à six lignes de graduation (i) sur la mire invar, six angles en position faciale I et six angles en position faciale II du télescope. Les lignes de graduation doivent être espacées régulièrement sur la mire et les visions proches du sol doivent être évitées.

5.2.4 Calculs

Les évaluations des angles mesurés correspondent à un ajustement des équations d'observation. Dans une série d'observations n° k , un angle zénithal est noté $z_{i, I}$ ou $z_{i, II}$, l'indice i étant la ligne de graduation. I et II indiquent la position faciale du télescope. Chaque série d'observations est évaluée séparément.

NOTE - Pour faciliter les calculs, un programme informatique adapté est donné en annexe B de la présente partie de l'ISO 12857.

Toutes les distances sont calculées en centimètres. Les unités des observations z dépendent du type de théodolite. Si les relevés sont exprimés en grades (gon), on considère que $\rho = 200 \text{ gon}/\pi$. S'ils sont exprimés en degrés sexagésimaux ($^\circ$), on considère que $\rho = 180^\circ/\pi$.

Les équations d'observations non linéaires d'ajustement correspondent à des mesures en position faciale I

$$z_{i,I} + c_{i,I} + o = \rho \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{h_i \cdot \cos x_3 - x_1}{x_2 + h_i \cdot \sin x_3} \right) \right); i = 1, \dots, 6$$

et à des mesures en position faciale II

$$z_{i,II} + c_{i,II} + o = \rho \left[\frac{3\pi}{2} + \arctan \left(\frac{h_i \cdot \cos x_3 - x_1}{x_2 + h_i \cdot \sin x_3} \right) \right]; i = 1, \dots, 6.$$

où

o est l'orientation inconnue du cercle vertical (correction d'indice) ;

x_1 est la hauteur de l'axe d'inclinaison du théodolite, par rapport au point zéro de la mire graduée ;

x_2 est la distance entre le théodolite et la mire graduée ;

x_3 est l'inclinaison de la mire graduée par rapport à la direction verticale (angle entre le zénith et la mire graduée, cet angle devant être le même pour une série complète d'observations).

Le modèle fonctionnel n'étant pas linéaire avec les trois paramètres inconnus x_1 , x_2 et x_3 , il est nécessaire de déterminer des valeurs approximatives x_1^0 et x_2^0 . La valeur approximative de x_3 est zéro. Il convient de mesurer x_1^0 et x_2^0 directement. Sinon, ils peuvent l'être par mesurage facial I par rapport à la ligne supérieure h_1 et la ligne inférieure h_6 de graduation :

$$x_1^0 = h_6 - \cos z_{6,I} \cdot \frac{(h_1 - h_6) \cdot \sin z_{1,I}}{\sin(z_{6,I} - z_{1,I})}$$

$$x_2^0 = \sin z_{6,I} \cdot \frac{(h_1 - h_6) \cdot \sin z_{1,I}}{\sin(z_{6,I} - z_{1,I})}$$

Pour obtenir des équations normales avec les unités appropriées, utiliser un facteur d'échelle fa dans les équations d'observation linéarisées suivantes, pour les deux angles, par rapport à la ligne de graduation n° i ; pour les grades, $fa = 100$ et pour les degrés hexadécimaux, $fa = 60$:

$$c_{i,I} = -o + a_{i,1}dx_1 + a_{i,2}dx_2 - a_{i,3}x_3 - l_{i,I}$$

$$c_{i,II} = -o - a_{i,1}dx_1 - a_{i,2}dx_2 - a_{i,3}x_3 - l_{i,II}$$

où

$$a_{i,1} = \rho \cdot \frac{x_2^0}{(h_i - x_1^0)^2 + (x_2^0)^2} \cdot fa$$

$$a_{i,2} = \rho \cdot \frac{h_i - x_1^0}{(h_i - x_1^0)^2 + (x_2^0)^2} \cdot fa$$

$$a_{i,3} = \frac{h_i \cdot a_{i,2}}{\rho}$$

$$l_{i,I} = \left[z_{i,I} - \rho \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{h_i - x_1^0}{x_2^0} \right) \right] \cdot fa$$

$$l_{i,II} = \left[z_{i,II} - \rho \cdot \left(\frac{3\pi}{2} + \arctan \frac{h_i - x_1^0}{x_2^0} \right) \right] \cdot fa$$

$$x_1 = x_1^0 + dx_1$$

$$x_2 = x_2^0 + dx_2$$

Les équations normales sont constituées à partir des douze équations d'observation. Si les observations dans les deux positions faciales du télescope ont été considérées en symétrie, le système est composé de deux parties distinctes :

$$12 o = -\sum_{i=1}^6 (l_{i,I} + l_{i,II})$$

$$2\mathbf{A}^T \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{A}^T (\mathbf{l}_I - \mathbf{l}_{II})$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{6,1} & a_{6,2} & a_{6,3} \end{pmatrix} \quad \mathbf{l}_I = \begin{pmatrix} l_{1,I} \\ \dots \\ l_{6,I} \end{pmatrix} \quad \mathbf{l}_{II} = \begin{pmatrix} l_{1,II} \\ \dots \\ l_{6,II} \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Elles déterminent les quatre paramètres :

$$o = -\frac{1}{12} \sum_{i=1}^6 (l_{i,I} + l_{i,II})$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ 0 \end{pmatrix} + (2\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T (\mathbf{l}_I - \mathbf{l}_{II})$$

iteh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

La graduation avec *fa* indique *o* en cgon ou en ('), x_1 et x_2 en centimètres, x_3 en grades (gon) ou en degrés (°).

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/75a1705b-0959-41d7-b37e-53920b16ab11/iso-12857-2-1997>

La somme carrée cc_k des corrections de séries n° *k* pour déterminer l'écart-type s_k est calculée de deux façons différentes, donnant ainsi une vérification efficace.

$$cc_k = (\mathbf{l}_I^T \cdot \mathbf{l}_I + \mathbf{l}_{II}^T \cdot \mathbf{l}_{II}) - 12o^2 - (\mathbf{l}_I^T - \mathbf{l}_{II}^T) \mathbf{A} \mathbf{x}$$

Les termes de l'équation sont exprimés en cgon ou en (').

Sinon, à partir des équations de base non linéaires, $c_{i,I}$ et $c_{i,II}$ sont calculés pour $i = 1, \dots, 6$, mis au carré et ajoutés :

$$c_{i,I} = \rho \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{h_i \cdot \cos x_3 - x_1}{x_2 + h_i \cdot \sin x_3} \right) - o - z_{i,I}$$

$$c_{i,II} = \rho \cdot \left(\frac{3\pi}{2} + \arctan \frac{h_i \cdot \cos x_3 - x_1}{x_2 + h_i \cdot \sin x_3} \right) - o - z_{i,II}$$

$$cc_k = \sum_{i=1}^6 (c_{i,I}^2 + c_{i,II}^2)$$

Aux erreurs d'arrondi près, il convient d'obtenir des résultats identiques.

Chaque série d'observations comporte douze mesures permettant de déterminer quatre paramètres inconnus. Le degré de liberté est :

$$f_k = 12 - 4 = 8$$