

---

# INTERNATIONAL STANDARD NORME INTERNATIONALE



31 / XI

---

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION • МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ • ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION

---

## Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

First edition — 1978-03-15

## Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique

Première édition — 1978-03-15

---

UDC/CDU 53.081

Ref. No./Réf. n° : ISO 31/XI-1978 (E/F)

**Descriptors** : symbols, signs, mathematics, physics, technology, definitions./**Descripteurs** : symbole, signe, mathématique, physique, technologie, définition.

Price based on 29 pages/Prix basé sur 29 pages

## FOREWORD

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards institutes (ISO member bodies). The work of developing International Standards is carried out through ISO technical committees. Every member body interested in a subject for which a technical committee has been set up has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work.

Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for approval before their acceptance as International Standards by the ISO Council.

International Standard ISO 31/XI was developed by Technical Committee ISO/TC 12, *Quantities, units, symbols, conversion factors and conversion tables*, and was circulated to the member bodies in July 1975.

It has been approved by the member bodies of the following countries :

|                     |             |                       |
|---------------------|-------------|-----------------------|
| Austria             | India       | South Africa, Rep. of |
| Belgium             | Ireland     | Sweden                |
| Czechoslovakia      | Mexico      | Switzerland           |
| Denmark             | Netherlands | Turkey                |
| Egypt, Arab Rep. of | New Zealand | United Kingdom        |
| Finland             | Norway      | U.S.A.                |
| France              | Poland      | U.S.S.R.              |
| Germany             | Romania     | Yugoslavia            |

The member bodies of the following countries expressed disapproval of the document on technical grounds :

Canada  
Japan\*

\* Disagreement concerning the decimal marker only.

This International Standard cancels and replaces ISO Recommendation R 31/XI-1961, of which it constitutes a technical revision.

## AVANT-PROPOS

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique correspondant. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO, participent également aux travaux.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour approbation, avant leur acceptation comme Normes internationales par le Conseil de l'ISO.

La Norme internationale ISO 31/X1 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 12, *Grandeurs, unités, symboles, facteurs de conversion et tables de conversions*, et a été soumise aux comités membres en juillet 1975.

Les comités membres des pays suivants l'ont approuvée :

|                         |                  |                 |
|-------------------------|------------------|-----------------|
| Afrique du Sud, Rép. d' | Inde             | Royaume-Uni     |
| Allemagne               | Irlande          | Suède           |
| Autriche                | Mexique          | Suisse          |
| Belgique                | Norvège          | Tchécoslovaquie |
| Danemark                | Nouvelle-Zélande | Turquie         |
| Égypte, Rép. arabe d'   | Pays-Bas         | U.R.S.S.        |
| Finlande                | Pologne          | U.S.A.          |
| France                  | Roumanie         | Yougoslavie     |

Les comités membres des pays suivants l'ont désapprouvée pour des raisons techniques :

Canada  
Japon\*

\* Désaccord sur le signe décimal uniquement.

Cette Norme internationale annule et remplace la Recommandation ISO/R 31/IX-1961, dont elle constitue une révision technique.

## CONTENTS

|   | Page |
|---|------|
| Introduction. . . . .                             | 1    |
| 1 Theory of sets. . . . .                         | 3    |
| 2 Symbols of mathematical logic. . . . .          | 7    |
| 3 Miscellaneous symbols . . . . .                 | 8    |
| 4 Operations . . . . .                            | 10   |
| 5 Functions . . . . .                             | 12   |
| 6 Exponential and logarithmic functions . . . . . | 16   |
| 7 Circular and hyperbolic functions. . . . .      | 17   |
| 8 Complex numbers . . . . .                       | 21   |
| 9 Matrices. . . . .                               | 22   |
| 10 Vectors and tensors . . . . .                  | 24   |
| 11 Special functions. . . . .                     | 27   |

| <b>SOMMAIRE</b>  | <b>Page</b> |
|--|-------------|
| Introduction. . . . .                                  | 1           |
| 1 Théorie des ensembles . . . . .                      | 3           |
| 2 Symboles de logique mathématique . . . . .           | 7           |
| 3 Symboles divers . . . . .                            | 8           |
| 4 Opérations. . . . .                                  | 10          |
| 5 Fonctions . . . . .                                  | 12          |
| 6 Fonctions exponentielles et logarithmiques . . . . . | 16          |
| 7 Fonctions circulaires et hyperboliques. . . . .      | 17          |
| 8 Nombres complexes. . . . .                           | 21          |
| 9 Matrices. . . . .                                    | 22          |
| 10 Vecteurs et tenseurs. . . . .                       | 24          |
| 11 Fonctions spéciales . . . . .                       | 27          |

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

ISO 31-11:1978

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/6ae7c7bc-6698-4fbc-8dac-36be9bed3bd7/iso-31-11-1978>

## Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

## Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique

### INTRODUCTION

This document, containing a table of *mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology*, is part XI of ISO 31, which deals with quantities and units in the various fields of science and technology. The complete list of parts of ISO 31 is as follows :

Part 0 : *General introduction — General principles concerning quantities, units and symbols.*

Part I : *Quantities and units of space and time.*

Part II : *Quantities and units of periodic and related phenomena.*

Part III : *Quantities and units of mechanics.*

Part IV : *Quantities and units of heat.*

Part V : *Quantities and units of electricity and magnetism.*

Part VI : *Quantities and units of light and related electromagnetic radiations.*

Part VII : *Quantities and units of acoustics.*

Part VIII : *Quantities and units of physical chemistry and molecular physics.*

Part IX : *Quantities and units of atomic and nuclear physics.*

Part X : *Quantities and units of nuclear reactions and ionizing radiations.*

Part XI : *Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology.*

Part XII : *Dimensionless parameters.*

Part XIII : *Quantities and units of solid state physics.*

### Special remarks

The recommendations in this document are prepared mainly for use in the physical sciences and technology.

If more than one sign, symbol or expression is given under the same item, they are on an equal footing. Signs, symbols and expressions in the remarks column are given for information.

### INTRODUCTION

Le présent document, contenant un tableau de *signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique*, est la partie XI de l'ISO 31, qui spécifie les grandeurs et unités dans différents domaines de la science et de la technique. La liste complète des parties de l'ISO 31 est la suivante :

Partie 0 : *Introduction générale — Principes généraux concernant les grandeurs, les unités et les symboles.*

Partie I : *Grandeurs et unités d'espace et de temps.*

Partie II : *Grandeurs et unités de phénomènes périodiques et connexes.*

Partie III : *Grandeurs et unités de mécanique.*

Partie IV : *Grandeurs et unités de chaleur.*

Partie V : *Grandeurs et unités d'électricité et de magnétisme.*

Partie VI : *Grandeurs et unités de lumière et de rayonnements électromagnétiques connexes.*

Partie VII : *Grandeurs et unités d'acoustique.*

Partie VIII : *Grandeurs et unités de chimie physique et de physique moléculaire.*

Partie IX : *Grandeurs et unités de physique atomique et nucléaire.*

Partie X : *Grandeurs et unités de réactions nucléaires et rayonnements ionisants.*

Partie XI : *Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique.*

Partie XII : *Paramètres sans dimension.*

Partie XIII : *Grandeurs et unités de la physique de l'état solide.*

### Remarques spéciales

Les recommandations dans ce document sont préparées principalement pour emploi dans les sciences physiques et dans la technique.

Lorsque deux ou plusieurs signes, symboles ou expressions sont indiqués sous le même point, ils sont également admissibles. Signes, symboles et expressions dans la colonne « Remarques » sont donnés dans un but d'identification.

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

ISO 31-11:1978

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/6ae7c7bc-6698-4fbc-8dac-36be9bed3bd7/iso-31-11-1978>



## 1 Theory of sets / Théorie des ensembles

| Item No. | Symbol, Sign<br>Symbole, signe | Application<br>Utilisation | Meaning, Reading<br>Sens, énoncé  | Remarks and Examples<br>Remarques et exemples  |
|----------|--------------------------------|----------------------------|---|--|
| 11-1.1   | $\in$                          | $x \in A$                  | $x$ belongs to $A$ , $x$ is an element of the set $A$<br>$x$ appartient à $A$ , $x$ est un élément de l'ensemble $A$                                |  |
| 11-1.2   | $\notin$                       | $y \notin A$               | $y$ does not belong to $A$ , $y$ is not an element of the set $A$<br>$y$ n'appartient pas à $A$ , $y$ n'est pas un élément de l'ensemble $A$        |  |
| 11-1.3   | $\ni$                          | $A \ni x$                  | the set $A$ contains $x$ (as element)<br>l'ensemble $A$ contient $x$ (comme élément)  |  |
| 11-1.4   | $\nexists$                     | $A \nexists y$             | the set $A$ does not contain $y$ (as element)<br>l'ensemble $A$ ne contient pas $y$ (comme élément)   |  |
| 11-1.5   | $\{, \dots, \}$                | $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ | set with elements $x_1, x_2, \dots, x_n$<br>ensemble dont les éléments sont $x_1, x_2, \dots, x_n$  | Also $\{x_i, i \in I\}$ , where $I$ denotes a set of indices<br>S'écrit aussi $\{x_i, i \in I\}$ où $I$ est un ensemble d'indices  |
| 11-1.6   | $\{   \}$                      | $\{x \in A \mid p(x)\}$    | set of those elements of $A$ for which the proposition $p(x)$ is true<br>ensemble des éléments de $A$ pour lesquels la proposition $p(x)$ est vraie | Example: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$<br>Exemple: $\{x \mid x \leq 5\}$<br>If it is clear from the context which set $A$ is considered, the notation $\{x \mid p(x)\}$ can be used<br>Exemple: $\{x \mid x \leq 5\}$<br>Si le contexte permet de savoir clairement quel est l'ensemble $A$ considéré, on peut utiliser la notation $\{x \mid p(x)\}$<br>Exemple: $\{x \mid x \leq 5\}$ |
| 11-1.7   | $\emptyset$                    |                            | the empty set<br>l'ensemble vide  |  |
| 11-1.8   | $\mathbb{N}$                   | $\mathbb{N}$               | the set of positive integers and zero<br>l'ensemble des (nombres) entiers positifs et zéro  | $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$<br>Exclusion of zero from the sets 11-1.8 to 11-1.12 is denoted by an asterisk, e.g. $\mathbb{N}^*$<br>L'exclusion de zéro des ensembles 11-1.8 à 11-1.12 est notée par un astérisque, exemple $\mathbb{N}^*$   |

| Item No. | Symbol, Sign<br>Symbole, signe | Application<br>Utilisation | Meaning, Reading<br>Sens, énoncé  | Remarks and Examples<br>Remarques et exemples   |
|----------|--------------------------------|----------------------------|---|---|
| 11-1.9   | $\mathbb{Z}$ $\mathbb{Z}$      |                            | the set of integers<br>l'ensemble des (nombres) entiers   | $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$<br>See remark to 11-1.8<br>Voir remarque de 11-1.8   |
| 11-1.10  | $\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$      |                            | the set of rational numbers<br>l'ensemble des (nombres) rationnels  | See remark to 11-1.8<br>Voir remarque de 11-1.8   |
| 11-1.11  | $\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$      |                            | the set of real numbers<br>l'ensemble des (nombres) réels   | See remark to 11-1.8<br>Voir remarque de 11-1.8   |
| 11-1.12  | $\mathbb{C}$ $\mathbb{C}$      |                            | the set of complex numbers<br>l'ensemble des (nombres) complexes  | See remark to 11-1.8<br>Voir remarque de 11-1.8   |
| 11-1.13  | $\subseteq$                    | $B \subseteq A$            | $B$ is included in $A$ , $B$ is a subset of $A$<br>$B$ est inclus dans $A$ , $B$ est contenu dans $A$ , $B$ est une partie de $A$                           | Every element of $B$ belongs to $A$ .<br>$\subset$ is also used, but see remark to 11-1.14<br>Tout élément de $B$ appartient à $A$ .<br>$\subset$ est aussi utilisé, mais voir remarque de 11-1.14  |
| 11-1.14  | $\subset$                      | $B \subset A$              | $B$ is properly included in $A$ , $B$ is a proper subset of $A$<br>$B$ est strictement inclus dans $A$ , $B$ est strictement contenu dans $A$               | Every element of $B$ belongs to $A$ , but $B$ is not equal to $A$ .<br>If $\subset$ is used for 11-1.13, then $\subsetneq$ should be used for 11-1.14<br>Tout élément de $B$ appartient à $A$ , mais $B$ n'est pas égal à $A$ .<br>Si $\subset$ est utilisé pour 11-1.13, $\subsetneq$ doit être utilisé pour 11-1.14 |
| 11-1.15  | $\not\subseteq$                | $C \not\subseteq A$        | $C$ is not included in $A$ , $C$ is not a subset of $A$<br>$C$ n'est pas inclus dans $A$ , $C$ n'est pas contenu dans $A$ , $C$ n'est pas une partie de $A$ | $\not\subset$ is also used<br>$\not\subseteq$ est aussi utilisé   |
| 11-1.16  | $\supseteq$                    | $A \supseteq B$            | $A$ includes $B$ (as subset)<br>$A$ contient $B$ (comme partie)   | $A$ contains every element of $B$ .<br>$\supset$ is also used, but see remark to 11-1.17<br>$A$ contient tout élément de $B$ .<br>$\supset$ est aussi utilisé, mais voir remarque de 11-1.17  |
| 11-1.17  | $\supset$                      | $A \supset B$              | $A$ includes $B$ properly<br>$A$ contient $B$ strictement   | $A$ contains every element of $B$ , but $A$ is not equal to $B$ .<br>If $\supseteq$ is used for 11-1.16, then $\supsetneq$ should be used for 11-1.17<br>$A$ contient tout élément de $B$ , mais $A$ n'est pas égal à $B$ .<br>Si $\supseteq$ est utilisé pour 11-1.16, $\supsetneq$ doit être utilisé pour 11-1.17   |

## 1 Theory of sets (continued) / Théorie des ensembles (suite)

| Item No. | Symbol, Sign<br>Symbole, signe | Application<br>Utilisation | Meaning, Reading<br>Sens, énoncé  | Remarks and Examples<br>Remarques et exemples   |
|----------|--------------------------------|----------------------------|---|---|
| 11-1.18  | $\not\subseteq$                | $A \not\subseteq C$        | <p><math>A</math> does not include <math>C</math> (as subset)</p> <p><math>A</math> ne contient pas <math>C</math> (comme sous-ensemble)</p>  | <p><math>\not\subseteq</math> is also used</p> <p><math>\not\subseteq</math> est aussi utilisé</p>  |
| 11-1.19  | $\cup$                         | $A \cup B$                 | <p>union of <math>A</math> and <math>B</math></p> <p>réunion de <math>A</math> et de <math>B</math></p>   | <p>The set of all elements which belong to <math>A</math> or to <math>B</math> or to <math>A</math> and <math>B</math></p> <p><math>A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}</math></p>   |
| 11-1.20  | $\bigcup$                      | $\bigcup_{i=1}^n A_i$      | <p>union of a collection of sets <math>A_1, \dots, A_n</math></p> <p>réunion des ensembles <math>A_1, \dots, A_n</math></p>   | <p><math>\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n</math>, the set of all elements belonging at least to one of the sets <math>A_1, \dots, A_n</math></p> <p><math>\bigcup_{i=1}^n</math> and <math>\bigcup_{i \in I}</math> are also used, where <math>I</math> denotes a set of indices</p>        |
| 11-1.21  | $\cap$                         | $A \cap B$                 | <p>intersection of <math>A</math> and <math>B</math>, <math>A</math> inter <math>B</math></p> <p>intersection de <math>A</math> et de <math>B</math>, <math>A</math> inter <math>B</math></p> | <p>The set of all elements which belong to both <math>A</math> and <math>B</math></p> <p><math>A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}</math></p>  |
| 11-1.22  | $\bigcap$                      | $\bigcap_{i=1}^n A_i$      | <p>intersection of a collection of sets <math>A_1, \dots, A_n</math></p> <p>intersection des ensembles <math>A_1, \dots, A_n</math></p>   | <p><math>\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n</math>, the set of all elements belonging to all sets <math>A_1, A_2, \dots</math> and <math>A_n</math></p> <p><math>\bigcap_{i=1}^n</math> and <math>\bigcap_{i \in I}</math> are also used, where <math>I</math> denotes a set of indices</p>   |
| 11-1.22  | $\bigcap$                      | $\bigcap_{i=1}^n A_i$      | <p>intersection of a collection of sets <math>A_1, \dots, A_n</math></p> <p>intersection des ensembles <math>A_1, \dots, A_n</math></p>   | <p><math>\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n</math>, ensemble des éléments appartenant à la fois à <math>A_1, A_2, \dots</math> et <math>A_n</math></p> <p><math>\bigcap_{i=1}^n</math> et <math>\bigcap_{i \in I}</math> sont aussi utilisés, où <math>I</math> est un ensemble d'indices</p> |

| Item No. | Symbol, Sign<br>Symbole, signe | Application<br>Utilisation | Meaning, Reading<br>Sens, énoncé   | Remarks and Examples<br>Remarques et exemples  |
|----------|--------------------------------|----------------------------|--|--|
| 11-1.23  | \                              | $A \setminus B$            | difference of $A$ and $B$ , $A$ minus $B$<br>différence de $A$ et de $B$ , $A$ moins $B$ | <p>The set of all elements which belong to <math>A</math>, but not to <math>B</math><br/> <math>A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \notin B\}</math><br/> <math>A - B</math> is also used</p> <p>L'ensemble des éléments de <math>A</math> n'appartenant pas à <math>B</math><br/> <math>A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}</math><br/> <math>A - B</math> est aussi utilisé</p> <p>The symmetrical difference<br/> <math>(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)</math><br/> may be denoted by <math>A \Delta B</math></p> <p>La différence symétrique<br/> <math>(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)</math><br/> peut être notée <math>A \Delta B</math></p> |
| 11-1.24  | ⊆                              | $\complement_U A$          | complement of subset $A$ of $U$<br>complémentaire de la partie $A$ de $U$                | <p>The set of all elements of <math>U</math> which do not belong to the subset <math>A</math>.<br/> If it is clear from the context which set <math>U</math> is considered, the symbol <math>U</math> is often omitted.<br/> Also <math>\complement_U A = U \setminus A</math></p> <p>L'ensemble des éléments (d'un ensemble <math>U</math>) n'appartenant pas à la partie <math>A</math> de <math>U</math>.</p> <p>Si le contexte permet de savoir clairement quel est l'ensemble <math>U</math> considéré, le symbole <math>U</math> est souvent omis.<br/> On a aussi <math>\complement_U A = U \setminus A</math></p>  |
| 11-1.25  | ( , )                          | $(a, b)$                   | ordered pair $a, b$ , couple $a, b$<br>couple $a, b$                                     | <p><math>(a, b) = (c, d)</math> if and only if <math>a = c</math> and <math>b = d</math><br/> <math>\langle a, b \rangle</math> is also used</p> <p><math>(a, b) = (c, d)</math> si et seulement si <math>a = c</math> et <math>b = d</math><br/> <math>\langle a, b \rangle</math> est aussi utilisé</p>  |
| 11-1.26  | ( , ..., )                     | $(a_1, \dots, a_n)$        | ordered $n$ -tuple<br>$n$ -uplet, multiplet  |  |
| 11-1.27  | ×                              | $A \times B$               | cartesian product of $A$ and $B$<br>produit (cartésien) de $A$ et de $B$                 | <p>The set of all ordered pairs <math>(a, b)</math> such that <math>a \in A</math> and <math>b \in B</math><br/> <math>A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}</math></p> <p>L'ensemble des couples <math>(a, b)</math> pour lesquels <math>a \in A</math> et <math>b \in B</math><br/> <math>A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}</math></p> <p><math>A \times A \times \dots \times A</math> is denoted <math>A^n</math>, where <math>n</math> is the number of factors in the product<br/> <math>A \times A \times \dots \times A</math> est noté <math>A^n</math> où <math>n</math> est le nombre de facteurs du produit</p>  |