
Cartes de contrôle —
Partie 6:
Cartes de contrôle de EWMA

Control charts —

Part 6: EWMA control charts

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

[ISO 7870-6:2016](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>



iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO 7870-6:2016

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>



DOCUMENT PROTÉGÉ PAR COPYRIGHT

© ISO 2016, Publié en Suisse

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, l'affichage sur l'internet ou sur un Intranet, sans autorisation écrite préalable. Les demandes d'autorisation peuvent être adressées à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office
Ch. de Blandonnet 8 • CP 401
CH-1214 Vernier, Geneva, Switzerland
Tel. +41 22 749 01 11
Fax +41 22 749 09 47
copyright@iso.org
www.iso.org

Sommaire

Page

Avant-propos.....	iv
Introduction.....	v
1 Domaine d'application	1
2 Références normatives	1
3 Symboles et termes abrégés	2
4 EWMA pour le contrôle par variables	2
4.1 Généralités.....	2
4.2 Explications relatives à la moyenne pondérée.....	3
4.3 Limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA.....	4
4.4 Construction d'une carte de contrôle EWMA.....	5
4.5 Exemple.....	6
5 Choix de la carte de contrôle	9
5.1 Comparaison de la carte de contrôle de Shewhart et de la carte contrôle EWMA.....	9
5.2 Période opérationnelle moyenne.....	10
5.3 Choix des paramètres de la carte de contrôle EWMA.....	11
5.3.1 Choix de λ	11
5.3.2 Choix de L_z	11
5.3.3 Calcul de n	11
5.3.4 Exemple.....	13
6 Procédure de mise en œuvre de la carte de contrôle EWMA	13
7 Sensibilité de la carte EWMA en cas de non-normalité	13
8 Avantages et limitations	13
8.1 Avantages.....	13
8.2 Limitations.....	13
Annexe A (informative) Application de la carte de contrôle EWMA	15
Annexe B (normative) Carte de contrôle EWMA pour contrôler une proportion d'unités non conformes	19
Annexe C (normative) Cartes de contrôle EWMA pour un nombre de non-conformités	22
Annexe D (informative) Efficacité de la carte de contrôle	24
Bibliographie	28

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (IEC) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les procédures utilisées pour élaborer le présent document et celles destinées à sa mise à jour sont décrites dans les Directives ISO/IEC, Partie 1. Il convient, en particulier de prendre note des différents critères d'approbation requis pour les différents types de documents ISO. Le présent document a été rédigé conformément aux règles de rédaction données dans les Directives ISO/IEC, Partie 2 (voir www.iso.org/directives).

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence. Les détails concernant les références aux droits de propriété intellectuelle ou autres droits analogues identifiés lors de l'élaboration du document sont indiqués dans l'Introduction et/ou dans la liste des déclarations de brevets reçues par l'ISO (voir www.iso.org/brevets).

Les appellations commerciales éventuellement mentionnées dans le présent document sont données pour information, par souci de commodité, à l'intention des utilisateurs et ne sauraient constituer un engagement.

Pour une explication de la signification des termes et expressions spécifiques de l'ISO liés à l'évaluation de la conformité, ou pour toute information au sujet de l'adhésion de l'ISO aux principes de l'OMC concernant les obstacles techniques au commerce (OTC), voir le lien suivant: [Avant-propos — Informations supplémentaires](http://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba09-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016).

Le comité chargé de l'élaboration du présent document est l'ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 4, *Application de méthodes statistiques au management de processus*.

L'ISO 7870 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Cartes de contrôle*:

- *Partie 1: Lignes directrices générales*
- *Partie 2: Cartes de contrôle de Shewhart*
- *Partie 3: Cartes de contrôle pour acceptation*
- *Partie 4: Cartes de contrôle des sommes cumulées (CUSUM)*
- *Partie 5: Cartes de contrôle particulières*
- *Partie 6: Carte de contrôle EWMA*

Une future partie est prévue pour les techniques de cartes pour petites séries et pour petits lots combinés.

Introduction

Les cartes de contrôle de Shewhart sont les méthodes statistiques de contrôle les plus répandues pour maîtriser un processus, mais elles mettent du temps à signaler des dérèglages de faible amplitude dans les paramètres de processus. La carte de contrôle à moyenne mobile pondérée exponentiellement^[10] (EWMA) permet la détection plus rapide de dérives/dérèglages de petite et moyenne amplitude.

La carte de contrôle de Shewhart est simple à mettre en œuvre et elle détecte rapidement les dérèglages de grande amplitude. Elle est par contre assez peu efficace pour détecter les dérèglages de petite ou moyenne amplitude. Or il arrive assez souvent que le dérèglement du processus soit lent et progressif (cas des procédés continus en particulier); il faut détecter très tôt ce dérèglement pour réagir avant que le processus ne s'écarte fortement de sa valeur cible. Il y a deux possibilités pour améliorer l'efficacité de la carte de contrôle de Shewhart vis-à-vis des dérèglages de petite et moyenne amplitude:

- la plus simple, mais non la plus économique, consiste à augmenter l'effectif de l'échantillon. Ce n'est pas toujours possible car le taux de production peut être trop faible et les essais peuvent prendre du temps ou être trop onéreux. Par conséquent, il n'est pas toujours possible de constituer des échantillons comprenant plus de 1 ou 2 unités;
- la seconde possibilité est de tenir compte des résultats précédant le contrôle en cours pour tenter de déceler l'existence d'une dérive du processus de production. La carte de contrôle de Shewhart ne tient compte que des informations contenues dans l'observation du dernier échantillon et elle ignore toute information donnée par la séquence complète de points. Cette caractéristique fait que la carte de contrôle de Shewhart est relativement insensible à de faibles dérèglages du processus. Son efficacité peut être améliorée en prenant en compte les résultats antérieurs.

Lorsqu'on veut détecter des dérives lentes et progressives, il est préférable d'utiliser des cartes spécifiques qui tiennent compte des données antérieures et qui ont une bonne efficacité pour un coût de contrôle modéré. Deux alternatives très efficaces à la carte de contrôle de Shewhart dans de telles situations sont:

- a) la carte de contrôle des sommes cumulées (CUSUM). Cette carte est décrite dans l'ISO 7870-4. La carte de contrôle CUSUM réagit de manière plus sensible que la carte X-bar en cas de dérive/dérèglement de la valeur moyenne dans la plage de 0,5 sigma à 2 sigma. Si l'on reporte la somme cumulée des écarts des moyennes d'échantillon successives par rapport à une cible spécifiée, des dérèglages permanents, même mineurs, de la moyenne du processus finiront par conduire à une somme cumulée d'écarts quantifiable. Cette carte est donc particulièrement adaptée pour détecter de tels dérèglages permanents de petite amplitude pouvant ne pas être décelés par une carte X-bar;
- b) la carte de contrôle à moyenne mobile pondérée exponentiellement (EWMA), qui est traitée dans le présent document. Cette carte se présente comme la carte de contrôle de Shewhart; cependant, au lieu de placer sur la carte les moyennes successives des échantillons, on suit une moyenne pondérée de la moyenne du dernier échantillon et des moyennes des échantillons antérieures.

Les cartes de contrôle EWMA sont généralement utilisées pour détecter des dérèglages de petite amplitude de la moyenne du processus. Elles détectent beaucoup plus rapidement des dérèglages allant de 0,5 sigma à 2 sigma. Elles mettent toutefois plus de temps à détecter les dérèglages importants de la moyenne du processus. Les cartes de contrôle EWMA peuvent aussi être conseillées lorsque les échantillons sont d'effectif $n = 1$.

L'utilisation conjointe d'une carte de contrôle EWMA avec une petite valeur de lambda (λ) et d'une carte de contrôle de Shewhart est recommandée comme moyen de garantir la détection rapide à la fois des dérèglages de petite et grande amplitude. La carte de contrôle EWMA surveille uniquement la moyenne du processus; la surveillance de la variabilité du processus nécessite l'utilisation d'autres techniques.

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO 7870-6:2016

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>

Cartes de contrôle —

Partie 6: Cartes de contrôle de EWMA

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale traite des cartes de contrôle EWMA comme technique de maîtrise statistique des processus permettant de détecter des dérives/dérèglages de petite amplitude dans la moyenne du processus. Elle permet de détecter plus rapidement des dérèglages de petite et moyenne amplitude dans la moyenne du processus. Dans cette carte, la moyenne du processus est évaluée en termes de moyenne mobile pondérée exponentiellement de toutes les moyennes antérieures des échantillons. La carte EWMA pondère les échantillons par ordre décroissant selon une suite géométrique, de sorte que les échantillons les plus récents sont pondérés plus fortement tandis que les échantillons les plus anciens ont une très faible contribution en fonction du paramètre de lissage (λ).

NOTE 1 L'objectif de base est le même que pour la carte de contrôle de Shewhart décrite dans l'ISO 7870-2.

L'application de la carte de contrôle de Shewhart est utile dans les rares situations où:

- le taux de production est lent;
- le mode opératoire d'échantillonnage et de contrôle est complexe et laborieux;
- les essais sont onéreux; et
- il y a des risques pour la sécurité.

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-59c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>

NOTE 2 Les cartes de contrôle pour les variables peuvent être construites pour des observations individuelles faites à partir de la ligne de production plutôt que pour des échantillons d'observations. Cela est parfois nécessaire lorsqu'il serait trop coûteux, peu pratique, voire impossible de soumettre à essai des échantillons d'observations multiples. Par exemple, le nombre de réclamations client ou de retours de produits peut n'être disponible que sur une base mensuelle; or, on voudrait mettre sous carte de contrôle ces chiffres pour déceler les problèmes de qualité. Ces cartes sont également couramment utilisées dans les cas où des dispositifs d'essai automatisés inspectent chaque unité individuelle qui est produite. Dans ce cas, on est souvent principalement intéressé par la détection de dérèglages de petite amplitude dans la qualité du produit (par exemple, une détérioration graduelle de la qualité due à l'usure de la machine).

2 Références normatives

Les documents suivants, en tout ou partie, sont référencés de façon normative dans le présent document et sont indispensables pour son application. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 7870-1, *Cartes de contrôle — Partie 1: Lignes directrices générales*

ISO 7870-2, *Cartes de contrôle — Partie 2: Cartes de contrôle de Shewhart*

ISO 7870-4, *Cartes de contrôle — Partie 4: Cartes de contrôle de l'ajustement de processus*

3 Symboles et termes abrégés

μ_0	Valeur cible pour la moyenne du processus
U_μ, L_μ	Valeur refusable supérieure de la moyenne, valeur refusable inférieure de la moyenne
\bar{x}_i	Moyenne de l'échantillon i
N	Nombre d'unités dans un échantillon (effectif des échantillons)
z_i	valeur de moyenne mobile pondérée exponentiellement placée sur la carte de contrôle
z_0	Valeur initiale de z_i
λ	Paramètre de lissage
L_z	Paramètre utilisé pour établir les limites de contrôle pour z_i (exprimé en nombre d'écart-types de z)
s	Estimation de l'écart-type σ
σ	Écart-type vrai de la distribution de x
σ_0	Écart-type vrai de la loi binomiale pour $P = p_0$
$\sigma_{\bar{x}}$	Écart-type des moyennes de n observations individuelles $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$
σ_z	Écart-type de z_i quand i tend vers l'infini
δ	Déréglage relatif à la moyenne, exprimé en nombre d'écart-types
δ_1	Déréglage maximal acceptable de la moyenne, exprimé en nombre d'écart-types
p	Proportion d'unités non conformes dans le processus
p_0	Valeur cible de la proportion d'unités non conformes dans le processus
p_1	Valeur refusable supérieure de la proportion d'unités non conformes
p_i	Proportion d'unités non conformes dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
c	Nombre moyen de non-conformités
c_0	Valeur cible du nombre moyen de non-conformités
c_1	Moyenne refusable de non-conformités
c_i	Nombre d'unités non conformes dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
U_{CL}	Limite de contrôle supérieure pour la carte de contrôle EWMA
L_{CL}	Limite de contrôle inférieure pour la carte de contrôle EWMA. Si la L_{CL} est négative, alors elle est prise égale à zéro
POM	Période opérationnelle moyenne
POM ₀	Période opérationnelle moyenne du processus sous maîtrise
POM ₁	Période opérationnelle moyenne du processus de l'apparition de déréglage
CL	Ligne centrale de la limite de contrôle
POMAX	Période opérationnelle maximale (probabilité de dépassement de 5 %), exprimée en nombre entier

4 EWMA pour le contrôle par variables

4.1 Généralités

Une carte de contrôle EWMA reporte les moyennes mobiles géométriques des données du passé et du présent, et attribue aux valeurs moyennées des pondérations qui diminuent exponentiellement du présent au passé. Par conséquent, les valeurs moyennes sont davantage influencées par la performance récente du processus. La moyenne mobile pondérée exponentiellement est définie par la Formule (1):

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \quad (1)$$

NOTE 1 Quand la carte de contrôle EWMA est utilisée avec des échantillons rationnels d'effectif $n > 1$, x_i est simplement remplacé par \bar{x}_i .

où $0 < \lambda < 1$ est une constante et la valeur de départ (requis pour le premier échantillon à $i = 1$) est la cible du processus, de sorte que $z_0 = \mu_0$.

NOTE 2 μ_0 peut être estimé par la moyenne des données préliminaires.

La carte de contrôle EWMA devient une carte \bar{X} quand $\lambda = 1$.

4.2 Explications relatives à la moyenne pondérée

Pour démontrer que la z_i EWMA est une moyenne pondérée de toutes les moyennes des échantillons antérieurs, on peut remplacer la partie droite de la Formule (1) en 4.1 par z_{i-1} pour obtenir la Formule (2):

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1 - \lambda) [\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda) z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda (1 - \lambda) x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 z_{i-2} \end{aligned} \quad (2)$$

En continuant à remplacer de manière récursive z_{i-j} , avec $j = 2, 3, \dots, t$, on obtient la Formule (3):

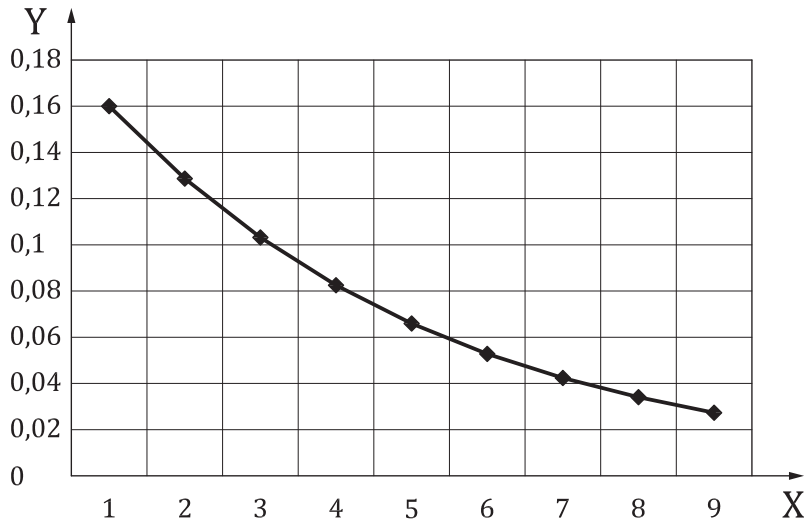
$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i z_0 \quad (3)$$

Pour $i = 1$, $z_1 = \lambda x_1 + (1 - \lambda) \mu_0$.

Les pondérations $\lambda(1 - \lambda)^j$ diminuent selon une suite géométrique en fonction de l'âge de la moyenne de l'échantillon. En outre, la somme des pondérations converge vers 1 étant donné que:

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j = \lambda \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^i}{1 - (1 - \lambda)} \right] = 1 - (1 - \lambda)^i \quad (4)$$

Si $\lambda = 0,2$, alors la pondération attribuée à la moyenne de l'échantillon présent est de 0,2 et les pondérations attribuées aux moyennes antérieures sont de 0,16; 0,128; 0,102 4 et ainsi de suite. Ces pondérations sont représentées à la Figure 1. Comme ces pondérations diminuent selon une suite géométrique, la valeur EWMA est parfois appelée moyenne mobile géométrique (GMA).



Légende

- X âge de la moyenne de l'échantillon (EWMA $\lambda = 0,2$)
- Y pondérations $\lambda(1-\lambda)^j$

Figure 1 — Pondérations des moyennes d'échantillons passés

Étant donné que la valeur EWMA peut être considérée comme une moyenne pondérée de toutes les observations du présent et du passé, elle est très insensible à l'hypothèse de normalité. C'est donc une carte de contrôle idéale pour des observations individuelles.

4.3 Limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA

Si les observations x_i sont des variables aléatoires indépendantes avec une variance σ^2 , alors la variance de z_i est représentée par la Formule (5):

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right] \tag{5}$$

La carte de contrôle EWMA pourrait donc être construite en traçant une courbe de z_i en fonction du numéro de l'échantillon i (ou en fonction du temps). La ligne centrale et les limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA sont les suivantes:

Ligne centrale = μ_0

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \tag{6}$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \tag{7}$$

Le facteur L_z est la largeur des limites de contrôle et sa valeur dépend du niveau de confiance. Dans le cas des cartes $\bar{X} - R$, les limites à 3σ sont tracées pour un niveau de confiance de 99,73 % ($\pm 3\sigma$). De même, sur la carte de contrôle EWMA, ce niveau de confiance peut varier en fonction des besoins (par exemple $L_z = 2,7$ conduit à un niveau de confiance de 99,307 %).

On ne fait rien tant que z_i est situé entre ces limites et l'on décide que le processus est hors maîtrise dès que z_i sort de ces limites. Dans ce cas, on règle le processus et on reprend la carte de contrôle EWMA après l'avoir réinitialisée, c'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des résultats obtenus avant ce réglage. On prend z_0 comme valeur initiale.

Le terme $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$ tend vers l'unité au fur et à mesure que i augmente. Cela signifie qu'une fois que la carte de contrôle EWMA a été utilisée sur plusieurs périodes de temps, les limites de contrôle avoisinent des valeurs en régime établi données par les Formules (8) et (9):

Ligne centrale = μ_0

$$U_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)}} \quad (8)$$

$$L_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)}} \quad (9)$$

Il est toutefois vivement recommandé d'utiliser les limites de contrôle exactes. Cela améliorera nettement la performance de la carte de contrôle en matière de détection des processus hors cible immédiatement après l'initialisation de la carte de contrôle EWMA.

NOTE Pour des raisons pratiques, l'estimation de σ par s est calculée à partir des données.

4.4 Construction d'une carte de contrôle EWMA

Pour illustrer la construction d'une carte de contrôle EWMA, on considère un processus dont les paramètres suivants ont été calculés à partir de données historiques:

$$\mu_0 = 50$$

$$s = 2,053 \ 9$$

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

avec λ pris égal à 0,3; de sorte que: [ISO 7870-6:2016](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016)

$$\sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)}} = \sqrt{\frac{0,3}{1,7}} = 0,420 \ 1 \quad (10)$$

Les limites de contrôle en régime établi sont données par les Formules (11) et (12):

$$U_{CL} = 50 + 3 (0,420 \ 1)(2,053 \ 9) = 52,588 \ 5 \quad (11)$$

$$L_{CL} = 50 - 3 (0,420 \ 1)(2,053 \ 9) = 47,411 \ 5 \quad (12)$$

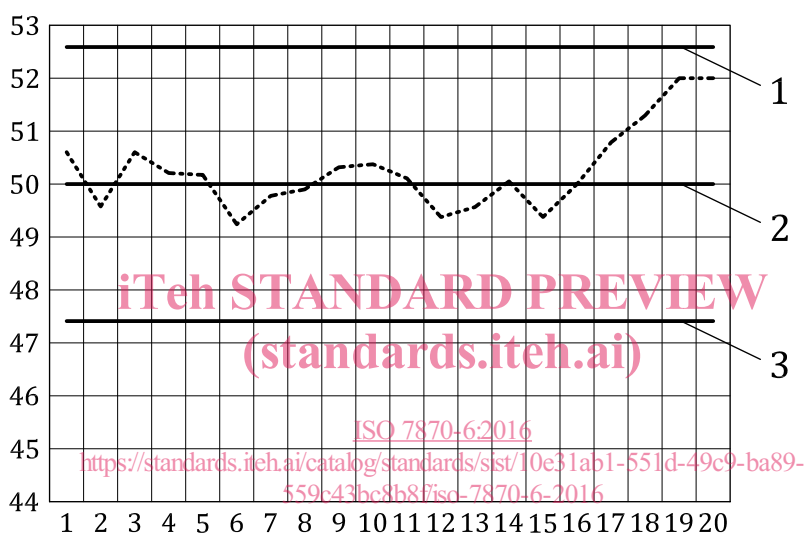
On considère les données consistant en 20 échantillons, comme indiqué dans le [Tableau 1](#).

Tableau 1 — Calcul des valeurs EWMA

Échantillon	x_i	Valeurs EWMA
1	52,0	50,600 0
2	47,0	49,520 0
3	53,0	50,564 0
4	49,3	50,184 8
5	50,1	50,159 4
6	47,0	49,211 6
7	51,0	49,748 1
8	50,1	49,853 7
9	51,2	50,257 6
10	50,5	50,330 3

Tableau 1 (suite)

Échantillon	x_i	Valeurs EWMA
11	49,6	50,111 2
12	47,6	49,357 8
13	49,9	49,520 5
14	51,3	50,054 3
15	47,8	49,378 0
16	51,2	49,924 6
17	52,6	50,727 2
18	52,4	51,229 1
19	53,6	51,940 3
20	52,1	51,988 2



Légende

- 1 $U_{CL} = 52,588 5$
- 2 $CL = 50$
- 3 $L_{CL} = 47,411 5$

Figure 2 — Courbe de la valeur EWMA

La carte de contrôle EWMA de la Figure 2 montre que le processus est sous maîtrise car tous les points EWMA sont situés entre les limites de contrôle.

4.5 Exemple

On considère les données du Tableau 2 (observations x_1). Les 20 premières observations ont été prélevées au hasard dans une distribution normale avec une moyenne $\mu = 10$ et un écart-type $\sigma = 1$. Les 10 dernières observations ont été prélevées dans une distribution normale avec une moyenne $\mu = 11$ et un écart-type $\sigma = 1$, c'est-à-dire après que le processus a dérivé de la moyenne de 1 sigma.

Appliquer une carte de contrôle EWMA avec $\lambda = 0,10$ et $L_z = 2,7$ aux données du Tableau 2.

La valeur cible pour la moyenne est $\mu = 10$ et l'écart-type est $\sigma = 1$.

Les calculs de la carte de contrôle EWMA sont résumés dans le Tableau 2 et la carte de contrôle est illustrée à la Figure 3.

Pour illustrer les calculs, on considère les premières observations, $x_i = 9,45$.