

# PROJET DE NORME INTERNATIONALE

## ISO/DIS 7870-6

ISO/TC 69/SC 4

Secrétariat: ANSI

Début de vote:  
2014-01-27

Vote clos le:  
2014-04-27

---

---

## Méthodes statistiques en management de processus — Cartes de contrôle —

### Partie 6: Cartes de contrôle de EWMA

*Statistical Methods in Process Management — Control Charts —  
Part 6: EWMA Control Charts*

ICS: 03.120.30

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
(standards.iteh.ai)  
Full standard:  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>

CE DOCUMENT EST UN PROJET DIFFUSÉ POUR OBSERVATIONS ET APPROBATION. IL EST DONC SUSCEPTIBLE DE MODIFICATION ET NE PEUT ÊTRE CITÉ COMME NORME INTERNATIONALE AVANT SA PUBLICATION EN TANT QUE TELLE.

OUTRE LE FAIT D'ÊTRE EXAMINÉS POUR ÉTABLIR S'ILS SONT ACCEPTABLES À DES FINS INDUSTRIELLES, TECHNOLOGIQUES ET COMMERCIALES, AINSI QUE DU POINT DE VUE DES UTILISATEURS, LES PROJETS DE NORMES INTERNATIONALES DOIVENT PARFOIS ÊTRE CONSIDÉRÉS DU POINT DE VUE DE LEUR POSSIBILITÉ DE DEVENIR DES NORMES POUVANT SERVIR DE RÉFÉRENCE DANS LA RÉGLEMENTATION NATIONALE.

LES DESTINATAIRES DU PRÉSENT PROJET SONT INVITÉS À PRÉSENTER, AVEC LEURS OBSERVATIONS, NOTIFICATION DES DROITS DE PROPRIÉTÉ DONT ILS AURAIENT ÉVENTUELLEMENT CONNAISSANCE ET À FOURNIR UNE DOCUMENTATION EXPLICATIVE.



Numéro de référence  
ISO/DIS 7870-6:2014(F)

© ISO 2014

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
(standards.iteh.ai)  
Full standard:  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559c43bc8b8f/iso-7870-6-2016>

### Notice de droit d'auteur

Ce document de l'ISO est un projet de Norme internationale qui est protégé par les droits d'auteur de l'ISO. Sauf autorisé par les lois en matière de droits d'auteur du pays utilisateur, aucune partie de ce projet ISO ne peut être reproduite, enregistrée dans un système d'extraction ou transmise sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, les enregistrements ou autres, sans autorisation écrite préalable.

Les demandes d'autorisation de reproduction doivent être envoyées à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office  
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20  
Tel. + 41 22 749 01 11  
Fax + 41 22 749 09 47  
E-mail [copyright@iso.org](mailto:copyright@iso.org)  
Web [www.iso.org](http://www.iso.org)

Toute reproduction est soumise au paiement de droits ou à un contrat de licence.

Les contrevenants pourront être poursuivis.

## Sommaire

Page

Avant-propos .....	iv
Introduction.....	v
1 <b>Domaine d'application</b> .....	1
2 <b>Références normatives</b> .....	1
3 <b>Symboles (et termes abrégés)</b> .....	2
4 <b>Carte EWMA pour les variables</b> .....	3
4.1 <b>Généralités</b> .....	3
4.2 <b>Explications relatives à la moyenne pondérée</b> .....	3
4.3 <b>Limites de contrôle de la carte EWMA</b> .....	4
4.4 <b>Carte de contrôle EWMA pour des sous-groupes rationnels d'effectif <math>n &gt; 1</math></b> .....	5
4.5 <b>Illustration</b> .....	5
4.6 <b>Construction d'une carte EWMA</b> .....	8
5 <b>Choix de la carte de contrôle</b> .....	9
5.1 <b>Shewhart / EWMA</b> .....	9
5.2 <b>Période opérationnelle moyenne</b> .....	10
5.3 <b>Choix des paramètres de la carte EWMA</b> .....	11
6 <b>Procédure de mise en œuvre de la carte de contrôle EWMA</b> .....	13
7 <b>Avantages et limitations</b> .....	14
7.1 <b>Avantages</b> .....	14
7.2 <b>Limitations</b> .....	14
8 <b>Robustesse de la carte EWMA en cas de non-normalité</b> .....	14
<b>Annexe A (informative) Exemple d'application d'une carte EWMA</b> .....	15
<b>Annexe B (normative) Carte combinée Shewhart-EWMA</b> .....	19
<b>Annexe C (normative) Carte EWMA pour contrôler une proportion d'unités non conformes</b> .....	20
<b>Annexe D (normative) Cartes EWMA pour un nombre de non-conformités</b> .....	23
<b>Annexe E (normative) Efficacité de la carte de contrôle</b> .....	26
<b>Annexe F (normative) Analyse de la tendance</b> .....	30
<b>Bibliographie</b> .....	32

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 2.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'ISO 7870-6 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 4, *Application de méthodes statistiques au management de processus*.

L'ISO 7870 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Méthodes statistiques en management de processus — Cartes de contrôle* :

- *Partie 1 : Lignes directrices générales*
- *Partie 2 : Cartes de contrôle de Shewhart*
- *Partie 3 : Cartes de contrôle pour acceptation*
- *Partie 4 : Cartes de contrôle des sommes cumulées (CUSUM)*

La partie suivante est en préparation :

- *Partie 5 : Cartes de contrôle particulières*

## Introduction

Les cartes de contrôle de Shewhart sont les méthodes statistiques de contrôle les plus répandues pour maîtriser un processus, mais elles mettent du temps à signaler des dérèglages de faible amplitude dans les paramètres de processus. La carte de contrôle à moyenne mobile avec pondération exponentielle (EWMA) permet la détection plus rapide de dérives/dérèglages de petite et moyenne amplitude.

La carte de Shewhart est simple à mettre en œuvre et elle détecte rapidement les dérèglages de grande amplitude. Elle est par contre assez peu efficace pour détecter les dérèglages de petite ou moyenne amplitude. Or il arrive assez souvent que le dérèglement du processus soit lent et progressif (cas des procédés continus en particulier) ; il faut détecter très tôt ce dérèglement pour réagir avant que le processus ne s'écarte fortement de sa valeur cible. Il y a deux possibilités pour améliorer l'efficacité de la carte de Shewhart vis-à-vis des dérèglages de petite et moyenne amplitude :

- la plus simple, mais non la plus économique, consiste à augmenter l'effectif des échantillons prélevés dans chaque sous-groupe rationnel. Ce n'est pas toujours possible car le taux de production peut être trop faible et les essais peuvent prendre du temps ou être trop onéreux. Par conséquent, il n'est pas toujours possible de constituer des échantillons comprenant plus de 1 ou 2 unités ;
- la seconde possibilité est de tenir compte des résultats précédant le contrôle en cours pour tenter de déceler l'existence d'une dérive du processus de production. La carte de contrôle de Shewhart ne tient compte que des informations contenues dans l'observation du dernier échantillon et elle ignore toute information donnée par la séquence complète de points. Cette caractéristique fait que la carte de Shewhart est relativement insensible à de faibles dérèglages du processus. Son efficacité peut être améliorée en prenant en compte les résultats antérieurs.

Lorsqu'on veut détecter des dérives lentes et progressives, il est préférable d'utiliser des cartes spécifiques qui tiennent compte des données antérieures et qui ont une bonne efficacité pour un coût de contrôle modéré. Deux alternatives très efficaces à la carte de contrôle de Shewhart dans de telles situations sont :

- a) les cartes de contrôle des sommes cumulées (CUSUM). Ces cartes sont décrites dans l'ISO 7870-4. La carte CUSUM réagit de manière plus sensible que la carte X-bar en cas de dérive/dérèglement de la valeur moyenne dans la plage de 0,5 sigma à 2 sigma. Si l'on reporte la somme cumulée des écarts des moyennes d'échantillon successives par rapport à une spécification cible, des dérèglages permanents, même mineurs, de la moyenne du processus finiront par conduire à une somme cumulée d'écarts quantifiable. Cette carte est donc particulièrement adaptée pour détecter de tels dérèglages permanents de petite amplitude pouvant ne pas être décelés par une carte X-bar.
- b) la carte de contrôle à moyenne mobile avec pondération exponentielle (EWMA), qui est traitée dans le présent document. Cette carte se présente comme la carte de Shewhart ; cependant, au lieu de placer sur la carte les moyennes successives des échantillons, on suit une moyenne pondérée de la moyenne présente et des moyennes antérieures.

La performance de la carte de contrôle EWMA est presque équivalente à celle de la carte CUSUM et elle est d'une certaine manière plus simple à initialiser et à utiliser.

Les cartes EWMA sont généralement utilisées pour détecter des dérèglages de petite amplitude de la moyenne du processus. Elles détectent beaucoup plus rapidement des dérèglages allant de 0,5 sigma à 2 sigma. Elles mettent toutefois plus de temps à détecter les dérèglages importants de la moyenne du processus. Les cartes EWMA peuvent aussi être conseillées lorsque les sous-groupes sont d'effectif  $n = 1$ .

L'utilisation conjointe d'une carte EWMA avec une petite valeur et d'une carte de Shewhart est recommandée comme moyen de garantir la détection rapide à la fois des dérèglages de petite et grande amplitude. Cette recommandation a été proposée pour la première fois par Lucas et Saccucci [13].

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

Full standard:  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/10e31ab1-551d-49c9-ba89-559e43bc8b8f/iso-7870-6-2016>

# Méthodes statistiques en management de processus — Cartes de contrôle — Partie 6: Cartes de contrôle EWMA

## 1 Domaine d'application

La présente Norme internationale traite des cartes EWMA comme technique de maîtrise statistique des processus permettant de détecter des dérives/dérèglages de petite amplitude dans la moyenne du processus. Elle permet de détecter plus rapidement des dérèglages de petite et moyenne amplitude dans la moyenne du processus. Dans cette carte, la moyenne du processus est évaluée en termes de moyenne mobile avec pondération exponentielle de la moyenne présente et de toutes les moyennes antérieures des échantillons. La carte EWMA pondère les échantillons par ordre décroissant selon une suite géométrique, de sorte que les échantillons les plus récents sont pondérés plus fortement tandis que les échantillons les plus anciens ont une très faible contribution.

L'objectif de base est donc le même que pour la carte de contrôle de Shewhart décrite dans l'ISO 7870-2.

Son application est utile dans les rares situations où :

- le taux de production est lent ;
- le mode opératoire d'échantillonnage et de contrôle est complexe et laborieux ;
- les essais sont onéreux ;
- il y a des risques pour la sécurité.

La carte EWMA est largement utilisée pour la modélisation de séries temporelles et les prévisions.

Les cartes de contrôle pour les variables peuvent être construites pour des observations individuelles faites à partir de la ligne de production plutôt que pour des échantillons d'observations. Cela est parfois nécessaire lorsqu'il serait trop coûteux, peu pratique, voire impossible de soumettre à essai des échantillons d'observations multiples. Par exemple, le nombre de réclamations client ou de retours de produits peut n'être disponible que sur une base mensuelle ; or, on voudrait mettre sous carte de contrôle ces chiffres pour déceler les problèmes de qualité. Ces cartes sont également couramment utilisées dans les cas où des dispositifs d'essai automatisés inspectent chaque unité individuelle qui est produite. Dans ce cas, on est souvent principalement intéressé par la détection de dérèglages de petite amplitude dans la qualité du produit (par exemple, une détérioration graduelle de la qualité due à l'usure de la machine).

## 2 Références normatives

Les documents de référence suivants sont indispensables pour l'application du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

3534-2, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2 : Statistique appliquée.*

ISO 7870-1, *Cartes de contrôle — Partie 1 : Lignes directrices générales.*

ISO 7870-2, *Cartes de contrôle — Partie 2: Cartes de contrôle de Shewhart.*

ISO 7870-4, *Cartes de contrôle — Partie 4 : Cartes de contrôle de l'ajustement de processus.*

### 3 Symboles (et termes abrégés)

$\mu_0$	Valeur cible pour la moyenne du processus
$\mu_1, \mu_1'$	Valeur refusable supérieure de la moyenne, valeur refusable inférieure de la moyenne
$\bar{x}_i$	Moyenne de l'échantillon $i$
$N$	Nombre d'échantillons
$n$	Nombre d'unités dans un échantillon (effectif des échantillons)
$z_i$	Valeur EWMA, valeur de moyenne mobile pondérée exponentiellement placée sur la carte de contrôle
$z_0$	Valeur initiale de $z_i$
$\lambda$	Valeur du paramètre de lissage
$L$	Valeur de la limite de contrôle pour $z_i$ (exprimée en nombre d'écart-types de $z, \sigma_z$ )
$\sigma$	Écart-type vrai de la distribution de $x$
$s$	Estimation de l'écart-type $\sigma$
$\sigma_{\bar{x}}$	Écart-type des moyennes de $n$ observations individuelles ; $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$
$\sigma_z$	Écart-type de $z_i$ quand $i$ tend vers l'infini
$\delta$	Déréglage relatif à la moyenne, exprimé en nombre d'écart-types
$\delta_1$	Déréglage maximal acceptable de la moyenne, exprimé en nombre d'écart-types
$p$	Proportion d'unités non conformes dans le processus
$p_0$	Valeur cible de la proportion d'unités non conformes dans le processus
$p_1$	Valeur refusable supérieure de la proportion d'unités non conformes
$\sigma_0$	Écart-type vrai de la loi binomiale pour $p = p_0$
$p_i$	Proportion d'unités non conformes dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
$c$	Nombre moyen de non-conformités
$c_0$	Valeur cible du nombre moyen de non-conformités
$c_1$	Moyenne refusable de non-conformités
$c_i$	Nombre de non-conformités dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
$LCS$	Limite de contrôle supérieure pour la carte EWMA
$LCI$	Limite de contrôle inférieure pour la carte EWMA. Si la $LCI$ est négative, alors elle est prise égale à zéro
$POM$	Période opérationnelle moyenne
$POM_0$	Période opérationnelle moyenne du processus maîtrisé
$POM_1$	Période opérationnelle moyenne du processus dérégulé
$POMAX$	Période opérationnelle maximale (probabilité de dépassement de 5 %), exprimée en nombre entier

## 4 Carte EWMA pour les variables

### 4.1 Généralités

Une carte de contrôle EWMA reporte les moyennes mobiles géométriques des données du passé et du présent, et attribue aux valeurs moyennées des pondérations qui diminuent exponentiellement du présent au passé. Par conséquent, les valeurs moyennes sont davantage influencées par la performance récente du processus. La moyenne mobile pondérée exponentiellement est définie comme suit :

$$z_i = \lambda x_i + (1-\lambda) z_{i-1}$$

où  $0 < \lambda < 1$  est une constante et la valeur de départ (requis pour le premier échantillon à  $i = 1$ ) est la cible du processus, de sorte que :

$$z_0 = \mu_0$$

La moyenne des données préliminaires est parfois utilisée comme valeur de départ de la valeur EWMA, de sorte que  $z_0 = \bar{x}$ .

La carte EWMA devient une carte  $\bar{X}$  pour  $\lambda = 1$ .

### 4.2 Explications relatives à la moyenne pondérée

Pour démontrer que la  $z_i$  EWMA est une moyenne pondérée de toutes les moyennes des échantillons antérieurs, on peut remplacer  $z_{i-1}$  dans la partie droite de l'équation en 4.1 pour obtenir :

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1-\lambda) [\lambda x_{i-1} + (1-\lambda) z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + (1-\lambda)^2 z_{i-2} \end{aligned}$$

En continuant à remplacer de manière récursive  $z_{i-j}$ ,  $j = 2, 3, \dots, i$ , on obtient :

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i z_0$$

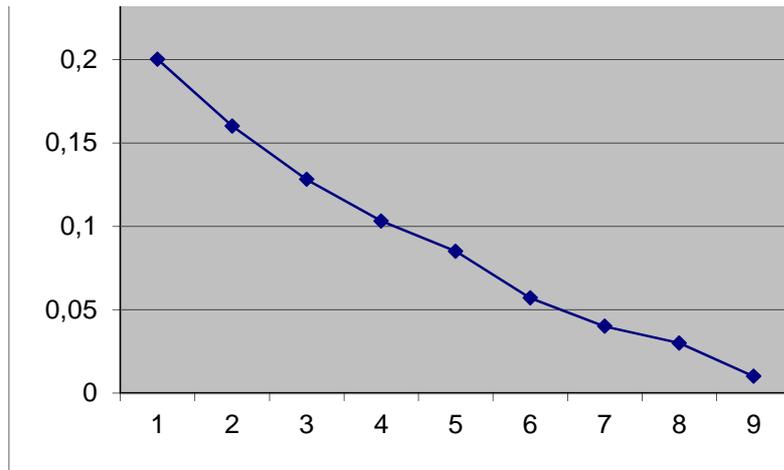
Pour  $i = 1$ ,  $z_1 = \lambda x_1 + (1-\lambda) \mu_0$

Les pondérations  $\lambda(1-\lambda)^j$  diminuent selon une suite géométrique en fonction de l'âge de la moyenne de l'échantillon.

En outre, la somme des pondérations converge vers 1 étant donné que :

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = \lambda \left[ \frac{1-(1-\lambda)^i}{1-(1-\lambda)} \right] = 1-(1-\lambda)^i$$

Si  $\lambda = 0,2$ , alors la pondération attribuée à la moyenne de l'échantillon présent est de 0,2 et les pondérations attribuées aux moyennes antérieures sont de 0,16 ; 0,128 ; 0,1024 et ainsi de suite. Une comparaison de ces pondérations avec celles d'une moyenne mobile sur cinq périodes est représentée à la Figure 1. Comme ces pondérations diminuent selon une suite géométrique quand elles sont liées par une courbe lissée, la valeur EWMA est parfois appelée moyenne mobile géométrique (GMA). La carte EWMA est couramment employée dans l'industrie chimique où de grandes fluctuations sont courantes d'un jour sur l'autre, mais peuvent ne pas être indicatrices d'un manque de prévisibilité du processus.



**Âge de la moyenne de l'échantillon (EWMA, λ = 0,2)**

**Figure 1 — Pondérations des moyennes d'échantillons passés**

Étant donné que la valeur EWMA peut être considérée comme une moyenne pondérée de toutes les observations du présent et du passé, elle est très sensible à l'hypothèse de normalité. C'est donc une carte de contrôle idéale pour des observations individuelles.

**4.3 Limites de contrôle de la carte EWMA**

Si les observations  $x_i$  sont des variables aléatoires indépendantes, avec une variance  $\sigma^2$ , alors la variance de  $z_i$  est :

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]$$

La carte de contrôle EWMA pourrait donc être construite en traçant une courbe de  $z_i$  en fonction du numéro de l'échantillon  $i$  (ou en fonction du temps). La ligne centrale et les limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA sont les suivantes :

Ligne centrale =  $\mu_0$

$$LCS = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]}$$

$$LCI = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]}$$

Le facteur  $L$  est la largeur des limites de contrôle et sa valeur dépend du niveau de confiance. Comme dans le cas des cartes  $\bar{X}$ -R, les limites de  $3\sigma$  sont reportées avec un niveau de confiance de 99,73 % ( $3\sigma$ ). De même, sur la carte EWMA, on peut faire varier ce niveau de confiance en fonction des besoins (par exemple  $L = 2,7$  conduit à un niveau de confiance de 99,65 %).

On ne fait rien tant que  $z_i$  est situé entre ces limites et on décide que le processus est non maîtrisé dès que  $z_i$  sort de ces limites. Dans ce cas, on règle le processus et on reprend la carte EWMA après l'avoir réinitialisée, c'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des résultats obtenus avant ce réglage. On prend  $z_0$  comme valeur initiale.

Le terme  $[1-(1-\lambda)^i]$  tend vers l'unité au fur et à mesure que  $i$  augmente. Cela signifie qu'une fois que la carte de contrôle EWMA a été utilisée sur plusieurs périodes de temps, les limites de contrôle avoisinent des valeurs en régime établi données par :

$$LCS = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCI = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

Il est toutefois vivement recommandé d'utiliser les limites de contrôle exactes. Cela améliorera nettement la performance de la carte de contrôle en matière de détection des processus hors cible immédiatement après l'initialisation de la valeur EWMA.

NOTE Pour des raisons pratiques, l'estimation de  $\sigma$ , notée  $s$ , est réalisée à partir des données.

#### 4.4 Carte de contrôle EWMA pour des sous-groupes rationnels d'effectif $n > 1$

Quand la carte de contrôle EWMA est utilisée avec des sous-groupes rationnels d'effectif  $n > 1$ ,  $x_i$  est simplement remplacé par  $\bar{x}_i$  et  $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$  par  $\sigma_{\bar{x}}^{\text{éme}}$ .

#### 4.5 Illustration

On considère les données du Tableau 1 (observations  $x_i$ ). Les 20 premières observations ont été prélevées au hasard dans une distribution normale avec une moyenne  $\mu = 10$  et un écart-type  $\sigma = 1$ . Les 10 dernières observations ont été prélevées dans une distribution normale avec une moyenne  $\mu = 11$  et un écart-type  $\sigma = 1$ , c'est-à-dire après que le processus a dérivé de la moyenne de  $1\sigma$ .

On souhaite appliquer une carte EWMA avec  $\lambda = 0,10$  et  $L = 2,7$  aux données du Tableau 1.

La valeur cible pour la moyenne est  $\mu_0 = 10$  et l'écart-type est  $\sigma = 1$ .

Les calculs de la carte de contrôle EWMA sont résumés dans le Tableau 1 et la carte de contrôle est illustrée à la Figure 2.

Pour illustrer les calculs, on considère les premières observations,  $x_1 = 9,45$ . La première valeur EWMA est :

$$\begin{aligned} z_1 &= \lambda x_1 + (1-\lambda) z_0 \\ &= 0,1(9,45) + 0,9(10) \\ &= 9,945 \end{aligned}$$