

INTERNATIONAL
STANDARD

ISO
3534-3

NORME
INTERNATIONALE

Third edition
Troisième édition
2013-04-15

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:
Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:
Plans d'expériences

ITeH Standards
(<https://standards.itech.ai>)
Document Preview

[ISO 3534-3:2013](https://standards.itech.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013)

<https://standards.itech.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013>



Reference number
Numéro de référence
ISO 3534-3:2013(E/F)

© ISO 2013

iTeh Standards
(<https://standards.itih.ai>)
Document Preview



COPYRIGHT PROTECTED DOCUMENT
DOCUMENT PROTÉGÉ PAR COPYRIGHT

ISO 3534-3:2013

<https://standards.iso.org/standards/std/3534-3/iso-3534-3-2013.html>

© ISO 2013

The reproduction of the terms and definitions contained in this International Standard is permitted in teaching manuals, instruction booklets, technical publications and journals for strictly educational or implementation purposes. The conditions for such reproduction are: that no modifications are made to the terms and definitions; that such reproduction is not permitted for dictionaries or similar publications offered for sale; and that this International Standard is referenced as the source document.

With the sole exceptions noted above, no part of this publication may be reproduced or utilized otherwise in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, or posting on the internet or an intranet, without prior written permission. Permission can be requested from either ISO at the address below or ISO's member body in the country of the requester.

La reproduction des termes et des définitions contenus dans la présente Norme internationale est autorisée dans les manuels d'enseignement, les modes d'emploi, les publications et revues techniques destinés exclusivement à l'enseignement ou à la mise en application. Les conditions d'une telle reproduction sont les suivantes: aucune modification n'est apportée aux termes et définitions; la reproduction n'est pas autorisée dans des dictionnaires ou publications similaires destinés à la vente; la présente Norme internationale est citée comme document source.

À la seule exception mentionnée ci-dessus, Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, l'affichage sur l'internet ou sur un Intranet, sans autorisation écrite préalable. Les demandes d'autorisation peuvent être adressées à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20
Tel. + 41 22 749 01 11
Fax + 41 22 749 09 47
E-mail copyright@iso.org
Web www.iso.org

Published in Switzerland/Publié en Suisse

Contents	Page
Foreword	v
Introduction	vii
1 Scope	1
2 Normative references	1
3 Terms and definitions	2
3.1 General terms	2
3.2 Arrangements of experiments	25
3.3 Methods of analysis	54
Annex A (informative) Concept diagrams	66
Annex B (informative) Methodology used to develop the vocabulary	82
Annex C (informative) Experimental design checklists	85
Annex D (informative) Experimental design from the system model perspective	88
Bibliography	93
Alphabetical index	94

iTeh Standards
(<https://standards.iteh.ai>)
Document Preview

[ISO 3534-3:2013](#)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013>

Sommaire	Page
Avant-propos	vi
Introduction	viii
1 Domaine d'application	1
2 Références normatives	1
3 Termes et définitions	2
3.1 Termes généraux	2
3.2 Dispositifs expérimentaux	25
3.3 Méthodes d'analyse	54
Annexe A (informative) Schémas conceptuels	66
Annexe B (informative) Méthodologie utilisée pour élaborer le vocabulaire	82
Annexe C (informative) Listes de contrôle d'un plan expérimental	85
Annexe D (informative) Plan d'expériences du point de vue du modèle de système	88
Bibliographie	93
Index alphabétique	96

iTeh Standards
(<https://standards.iteh.ai>)
Document Preview

[ISO 3534-3:2013](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013>

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 2.

The main task of technical committees is to prepare International Standards. Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this document may be the subject of patent rights. ISO shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

ISO 3534-3 was prepared by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*, Subcommittee SC 1, *Terminology and symbols*.

This third edition cancels and replaces the second edition (ISO 3534-3:1999), which has been technically revised.

ISO 3534 consists of the following parts, under the general title *Statistics — Vocabulary and symbols*:

- *Part 1: General statistical terms and terms used in probability*
- *Part 2: Applied statistics*
- *Part 3: Design of experiments*
- *Part 4: Survey sampling*

[ISO 3534-3:2013](https://standards.iteh.ai/iso-3534-3-2013)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/1f49e591-e0b6-4d61-9edc-7e338878a6b1/iso-3534-3-2013>

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 2.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'ISO 3534-3 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 1, *Terminologie et symboles*.

Cette troisième édition annule et remplace la deuxième édition (ISO 3534-3:1999), qui a fait l'objet d'une révision technique.

L'ISO 3534 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Statistique — Vocabulaire et symboles*:

- *Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*
- *Partie 2: Statistique appliquée*
- *Partie 3: Plans d'expériences*
- *Partie 4: Échantillonnage pour sondages*

Introduction

Design of experiments (DOE) catalyses innovation, problem solving and discovery. DOE comprises a strategy and a body of methods that are instrumental in achieving quality improvement in products, services and processes. Although statistical quality control, management resolve, inspection and other quality tools also serve this goal, experimental design represents the methodology of choice in complex, variable and interactive settings. Historically, design of experiments has evolved and thrived in the agricultural area. Medicine has also enjoyed a long history of careful experimental design. Industrial settings particularly benefit from the methodology — due to the ease of initiating efforts (user-friendly software packages), improved training, influential advocates, and accumulating successes with experimental design.

Design of experiments is fundamental to continuous improvement and product development. Experimentation often evolves sequentially with improvements taking place following each stage of the learning process. If the objective is to optimize a response, then **response surface designs** (3.2.19) play a critical role. Multiple levels of factors recognized to be important are considered to accommodate neatly curvilinear effects, for example in the vicinity of the optimum settings.

Factorial experiments (3.2.1) and **fractional factorial experiments** (3.2.3) provide a methodology for studying the interrelationships among multiple factors of interest to the experimenter. These types of experiments can be far more resource efficient and effective than intuitive one-factor-at-a-time experiments. Factorial experiments are particularly well-suited for determining that a factor behaves differently (as reflected in the experimental response) at different levels of other factors. Frequently, the “breakthrough” in quality comes from the synergism revealed in a study of “**interactions**” (3.1.17). If the number of factors under consideration is large, then factorial experiments could exceed resources. However, fractional factorial experiments offer a possible compromise. Actually, if the initial goal is to identify factors warranting further investigation, then **screening designs** (3.2.8) can be useful.

In planning an experiment, it is necessary to limit biases introduced by the experimental conditions or in the assignment of treatments to experimental units. Topics such as “**randomization**” (3.1.30) and “**blocking**” (3.1.26) deal with minimizing the effects of nuisance or extraneous elements. Specific blocking strategies include **randomized block designs** (3.2.10), **Latin square designs** (3.2.11) and variants, and **balanced incomplete block designs** (3.2.14).

Designs for experiments with mixtures [**mixture designs** (3.2.20)] apply in situations where factors constitute proportions of a total, such as ingredients in an alloy. **Nested designs** (3.2.21) are particularly useful in inter-laboratory testing and in measurement system analyses.

Methods of analysis of the collected data are straightforward, if the experiment has been carried out according to the plan. **Graphical methods** (3.3.1) can be particularly effective in revealing overall conclusions. Estimation of parameters from a model is commonly handled using **regression analysis** (3.3.7). Regression analysis methods can also handle difficulties with missing data, identification of outliers, and other problems.

Annex A provides associated Concept Diagrams that relate the various terms. To assist users of this part of ISO 3534, an explanation of Concept Diagrams is provided in Annex B.

Design of experiments consists of a complex process to implement **experimental plans** (3.1.29). Annex C provides checklists that are intended to identify key items to be considered in designing and implementing a **designed experiment** (3.1.27). Annex D describes experimental design from the systems model perspective.

Introduction

Les plans d'expériences (DOE, *design of experiments*) catalysent l'innovation, la résolution de problèmes et la découverte. Les DOE comprennent une stratégie et un corps de méthodes qui sont les instruments permettant d'améliorer la qualité des produits, des services et des processus. Bien que la maîtrise statistique de la qualité, les solutions managériales, les inspections et autres outils de qualité remplissent également cet objectif, les plans d'expériences représentent la méthodologie par excellence dans le cas d'un environnement de paramètres complexes, variables et interactifs. D'un point de vue historique, les plans d'expériences ont évolué et se sont développés dans le secteur de l'agriculture. La médecine a également bénéficié d'une longue histoire de plans d'expériences élaborés avec soin. Les environnements industriels tirent particulièrement profit de la méthodologie, en raison de la facilité d'initiation des efforts (logiciels d'application conviviaux), d'une meilleure formation, de défenseurs influents et des nombreux succès obtenus grâce aux plans d'expériences.

Les plans d'expériences sont indispensables à l'amélioration continue et au développement de produit. L'expérimentation évolue souvent de manière séquentielle, les améliorations intervenant après chaque étape du processus d'apprentissage. Si l'objectif est d'optimiser une réponse, alors les **plans à surface de réponse** (3.2.19) jouent un rôle critique. De multiples niveaux de facteurs jugés importants sont pris en compte pour s'adapter parfaitement aux effets curvilignes, par exemple à proximité des valeurs optimales.

Les **plans factoriels** (voir 3.2.1) et les **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3) fournissent une méthodologie d'étude des interrelations entre les multiples facteurs d'intérêt pour la personne qui réalise l'expérience. Ces types de plans d'expériences peuvent être bien plus efficaces et économes en ressources que les plans d'expériences intuitifs du type «un facteur à la fois». Les plans d'expériences factoriels conviennent particulièrement pour déterminer le fait qu'un facteur se comporte différemment (comme reflété dans la réponse expérimentale) avec des niveaux différents d'autres facteurs. La «percée» de qualité provient fréquemment de la synergie révélée par une étude d'«**interactions**» (3.1.17). Lorsque le nombre de facteurs considérés est important, les plans d'expériences factoriels peuvent alors dépasser les ressources. Cependant, les plans factoriels fractionnaires offrent un compromis possible. En effet, lorsque le but initial est d'identifier les facteurs justifiant d'autres analyses, les **plans de criblage** (3.2.8) peuvent être utiles.

La planification d'une expérience nécessite de limiter les biais dus aux conditions expérimentales ou à l'affectation des traitements aux unités expérimentales. Les sujets tels que «**randomisation**» (3.1.30) et «**mise en blocs**» (3.1.26) traitent de la réduction des effets de nuisance ou des éléments étrangers. Les stratégies spécifiques de mise en blocs comprennent les plans en **blocs randomisés** (3.2.10), les **plans en carré latin** (3.2.11) et leurs variantes, ainsi que les plans en **blocs incomplets équilibrés** (3.2.14).

Les **plans pour l'étude de mélanges** (3.2.20) s'appliquent aux situations dans lesquelles les facteurs constituent les proportions d'un ensemble, telles que les ingrédients d'un alliage. Les **plans emboîtés** (3.2.21) sont particulièrement utiles dans les essais interlaboratoires et dans les analyses des systèmes de mesure.

Les méthodes d'analyse des données recueillies sont directes lorsque l'expérience est effectuée selon le plan. Les **méthodes graphiques** (3.3.1) peuvent être particulièrement efficaces pour révéler des conclusions générales. L'estimation des paramètres d'un modèle s'effectue communément en utilisant l'**analyse de régression** (3.3.7). Les méthodes d'analyse de régression peuvent également traiter des difficultés rencontrées avec les données manquantes, l'identification de valeurs aberrantes et autres problèmes.

L'Annexe A fournit des schémas conceptuels qui précisent les différents termes. Afin d'aider les utilisateurs de la présente partie de l'ISO 3534, une explication des schémas conceptuels est fournie à l'Annexe B.

Un plan d'expériences est un processus complexe pour mettre en œuvre des **plans expérimentaux** (3.1.29). L'Annexe C fournit des listes de contrôle destinées à identifier les points clés à prendre en considération lors de la conception et de la mise en œuvre d'une **expérience planifiée** (3.1.27). L'Annexe D décrit les plans d'expériences du point de vue des modèles.

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3: Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3: Plans d'expériences

1 Scope

This part of ISO 3534 defines the terms used in the field of design of experiments and may be used in the drafting of other International Standards.

More specifically, it defines terms used in the field of design of experiments for which the response variable is one-dimensional and continuous and for which the expectation of the response variable is linear in the parameters. The terms with regard to the statistical analysis are based on the assumption that the error term follows a normal distribution with constant variance.

2 Normative references

The following referenced documents are indistinguishable for the application of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

ISO 3534-1:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 3534-2:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics*

1 Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3534 définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences et peut être utilisée pour l'élaboration d'autres Normes internationales.

Plus spécifiquement, elle définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences pour lesquels la variable de réponse est unidimensionnelle et continue et pour lesquels l'espérance mathématique de la variable de réponse est linéaire dans les paramètres. Les termes relatifs à l'analyse statistique sont fondés sur l'hypothèse que le terme d'erreur suit une loi normale avec une variance constante.

2 Références normatives

Les documents de référence suivants sont indispensables pour l'application du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 3534-1:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*

ISO 3534-2:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Statistique appliquée*

3 Terms and definitions

For the purposes of this document, the following terms and definitions apply.

3.1 General terms

3.1.1 experiment

purposive investigation of a system through selective adjustment of controllable conditions and allocation of resources

NOTE 1 A system is an interacting combination of elements, viewed in relation to function. Deliberate alterations or adjustments are made to a system in order to improve or to understand it. In other words, an experiment is a systematic and objective means of getting unambiguous and valid answers to the questions that the experimenter has in mind by varying controllable factors in a predetermined manner.

NOTE 2 A critical aspect to an experiment is control — the investigator has the capability to vary settings, input materials, assignment of procedures to individuals and so forth with the intention of obtaining an understanding of the system efficiently. By proper design and conduct of the experiment, it is possible to attribute causation to the impact of the settings.

NOTE 3 Experiments are different from observational studies where the investigators may determine which units are to be studied and the observational process to be observed, but the assignment of **experimental treatments** (3.1.13) is outside their control.

3.1.2 model

(experiment) formalized representation of outcomes of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The model consists of three parts. The first part is the **response variable** (3.1.3) that is being modelled. The second part is the deterministic or the systematic part of the model that includes **predictor variable(s)** (3.1.4). Finally, the third part is the **residual error** (3.1.6) that can involve **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The model applies for the experiment as a whole and for separate outcomes denoted with subscripts. The model is a mathematical description that relates the response variable to predictor variables and includes associated assumptions. Outcomes refer to recorded or measured observations of the response variable.

NOTE 2 The model is a simplified representation of the actual system where only key or fundamental features are considered.

3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions suivants s'appliquent.

3.1 Termes généraux

3.1.1 expérience

étude intentionnelle d'un système par l'ajustement sélectif de conditions maîtrisables et l'affectation de ressources

NOTE 1 Un système est une combinaison interactive d'éléments, considérée par rapport à une fonction. Des modifications ou ajustements sont volontairement réalisés sur un système en vue de l'améliorer ou de le comprendre. En d'autres termes, une expérience est un moyen systématique et objectif permettant à l'expérimentateur d'obtenir des réponses valables et dépourvues d'ambiguïté aux questions qu'il se pose, en faisant varier des facteurs maîtrisables de manière prédéterminée.

NOTE 2 Un aspect critique d'une expérience est la maîtrise — l'analyste a la possibilité de faire varier des paramètres, des matériaux d'entrée, l'attribution de procédures à des individus, etc., dans le but d'obtenir une compréhension effective du système. Une conception et une conduite appropriées de l'expérience permet d'attribuer une causalité à l'impact des paramètres.

NOTE 3 Les expériences se distinguent des études par observation où les analystes peuvent déterminer les unités à étudier et le processus d'observation à suivre, mais ne maîtrisent pas l'affectation des **traitements expérimentaux** (3.1.13).

3.1.2 modèle

(expérience) représentation formalisée des résultats d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le modèle comprend trois parties. La première partie est la **variable de réponse** (3.1.3) modélisée. La deuxième partie est la partie déterministe ou systématique du modèle qui inclut la (les) **variable(s) de prédiction** (3.1.4). Enfin, la troisième partie est l'**erreur résiduelle** (3.1.6) qui peut inclure l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9) et l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). Le modèle s'applique à l'expérience dans son intégralité et à des résultats distincts indiqués par des indices. Le modèle est une description mathématique qui associe la variable de réponse à des variables de prédiction et comprend des hypothèses associées. Les résultats se rapportent à des observations enregistrées ou mesurées de la variable de réponse.

NOTE 2 Le modèle est une représentation simplifiée du système réel dans laquelle seules les caractéristiques clés ou fondamentales sont prises en compte.

EXAMPLE 1 The lifetime of a component is related to the environmental conditions that it experiences.

EXAMPLE 2 A formal model including two **factors** (3.1.5) is:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J,$$

where

- y_{ij} is the response variable at level i of factor A and level j of factor B ;
- μ is the overall mean response;
- α_i is the incremental effect of factor A at level i ;
- β_j is the incremental effect of factor B at level j ;
- ε_{ij} is the residual error.

The response part of the model consists simply of y_{ij} . The predictive part of this model is $\mu + \alpha_i + \beta_j$ consisting of an overall mean response and two terms related to the effects of factors. The random or error part of this model consists of ε_{ij} that includes inherent variability in the process which produces the response.

EXAMPLE 3 A commonly used model is:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; k = 1, 2, \dots, K$$

where

- y_{ijk} is the response of the k th replicate;
- α_i is the adjustment due to factor 1;
- β_j is the adjustment due to factor 2;
- τ_{ij} is the adjustment due to interaction of the factors;
- ε_{ijk} is the residual error.

The terminology "adjustment" is used instead of "incremental effect" as in Example 2, as the formal mathematical model does not include an overall mean term. Furthermore, y_{ijk} (ε_{ijk}) is used in this example rather than y_{ij} (ε_{ij}) to acknowledge the potential existence of replicates.

EXAMPLE 4 Another formal model is:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, I$$

where

- y_i is the response corresponding to x_i ;
- x_i is the coded or numerical level of a single factor;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ represents the mean response corresponding to x_i ;
- ε_i is the residual error.

EXEMPLE 1 La durée de vie d'un composant est liée aux conditions environnementales auxquelles il est soumis.

EXEMPLE 2 Un modèle formel comprenant deux **facteurs** (3.1.5) est le suivant:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J,$$

où

- y_{ij} est la variable de réponse au niveau i du facteur A et au niveau j du facteur B;
- μ est la réponse moyenne globale;
- α_i est l'effet d'incrément du facteur A au niveau i ;
- β_j est l'effet d'incrément du facteur B au niveau j ;
- ε_{ij} est l'erreur résiduelle.

La partie réponse du modèle est constituée simplement par y_{ij} . La partie prédictive de ce modèle est $\mu + \alpha_i + \beta_j$, qui consiste en une réponse moyenne globale et en deux termes relatifs aux effets des facteurs. La partie aléatoire ou d'erreur de ce modèle comprend ε_{ij} qui intègre la variabilité inhérente au processus qui produit la réponse.

EXEMPLE 3 Un modèle communément utilisé est:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; k = 1, 2, \dots, K$$

où

- y_{ijk} est la réponse de la k -ième réplique;
- α_i est l'ajustement dû au facteur 1;
- β_j est l'ajustement dû au facteur 2;
- τ_{ij} est l'ajustement dû à l'interaction des facteurs;
- ε_{ijk} est l'erreur résiduelle.

Le terme «ajustement» est utilisé au lieu «d'effet d'incrément» comme dans l'Exemple 2, car le modèle mathématique formel n'inclut pas de terme moyen global. De plus, y_{ijk} (ε_{ijk}) est préféré dans cet exemple à y_{ij} (ε_{ij}) afin de reconnaître l'existence potentielle de répliques.

EXEMPLE 4 Un autre modèle formel est:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, I$$

où

- y_i est la réponse correspondant à x_i ;
- x_i est le niveau codé ou numérique d'un seul facteur;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ représente la réponse moyenne correspondant à x_i ;
- ε_i est l'erreur résiduelle.

EXAMPLE 5 The following model applies for a **2⁴ factorial design** (3.2.5):

$$y_i = \mu + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \beta_{12} x_{1i} x_{2i} + \beta_{13} x_{1i} x_{3i} + \beta_{14} x_{1i} x_{4i} + \beta_{23} x_{2i} x_{3i} + \beta_{24} x_{2i} x_{4i} + \beta_{34} x_{3i} x_{4i} + \beta_{123} x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \beta_{124} x_{1i} x_{2i} x_{4i} + \beta_{134} x_{1i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{234} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{1234} x_{1i} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \varepsilon_i$$

where the factor x_{ji} is the coded or numerical level of factor j ($j = 1, 2, 3, 4$) and observation i ($i = 1, 2, \dots, n$).

This model includes an intercept term (μ), four main effect terms ($x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}$), six two-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}, x_{1i}x_{3i}, x_{1i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}, x_{2i}x_{4i}$, and $x_{3i}x_{4i}$), four three-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}, x_{1i}x_{2i}x_{4i}, x_{1i}x_{3i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), one four-way interaction term ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) and an residual error (ε_i). Although the factors in the model can be multiplicative to represent interactions, the model itself is linear in the parameters.

NOTE 3 The above description of a model not only applies to the classical linear models with additive error but also to generalized linear models, where the error can be described by a variety of distributions including the binomial, Poisson, exponential, gamma and normal distributions. Linearity occurs in Example 4 with a logarithmic transformation applied to the deterministic part of the function. Although the examples given in this terminological entry are linear in the parameters, this is not intended to suggest that such a case will apply in all experimental design situations.

EXEMPLE 5 Le modèle suivant s'applique pour un **plan factoriel 2⁴** (3.2.5):

où le facteur x_{ji} est le niveau codé ou numérique du facteur j ($j = 1, 2, 3, 4$) et de l'observation i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Ce modèle comprend un terme constant (μ), quatre termes d'effets principaux ($x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}$), six termes d'interactions doubles ($x_{1i}x_{2i}, x_{1i}x_{3i}, x_{1i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}, x_{2i}x_{4i}$, et $x_{3i}x_{4i}$), quatre termes d'interactions triples ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}, x_{1i}x_{2i}x_{4i}, x_{1i}x_{3i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), un terme d'interaction quadruple ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) et une erreur résiduelle (ε_i). Bien que les facteurs dans le modèle puissent être multiplicatifs pour représenter les interactions, le modèle lui-même est linéaire dans les paramètres.

NOTE 3 La description ci-dessus d'un modèle ne s'applique pas uniquement aux modèles linéaires classiques avec l'addition d'une erreur, mais également aux modèles linéaires généralisés, lorsque l'erreur peut être décrite par un grand nombre de lois incluant les lois binomiale, de Poisson, exponentielle, gamma et normale. La linéarité apparaît dans l'Exemple 4 avec une transformation logarithmique appliquée à la partie déterministe de la fonction. Bien que les exemples donnés dans cet article terminologique soient linéaires dans les paramètres, ceci n'a pas vocation à suggérer que ce cas de figure s'appliquera à toutes les situations de plans d'expériences.

3.1.3 response variable output variable

variable representing the outcome of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The term "dependent variable" is not recommended as a synonym due to potential confusion with "independence" (see ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 It may be that the response variable is vector-valued because several responses are recorded from each **experimental unit** (3.1.24).

NOTE 3 The response variable is likely influenced by one or more **predictor variables** (3.1.4), the nature of which can be useful in controlling or optimizing the response variable.

3.1.4 predictor variable

variable that can contribute to the explanation of the outcome of an **experiment** (3.1.1)

3.1.3 variable de réponse variable de sortie

variable représentant le résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le terme «Variable dépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 Il se peut que la variable de réponse soit vectorielle du fait que plusieurs réponses sont enregistrées sur chaque **unité expérimentale** (3.1.24).

NOTE 3 La variable de réponse est susceptible d'être influencée par une ou plusieurs **variables de prédiction** (3.1.4), dont la nature peut être utile pour maîtriser ou optimiser la variable de réponse.

3.1.4 variable de prédiction

variable susceptible de contribuer à l'explication du résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 A predictor variable can be used to model the impact of a categorical factor, e.g. at two levels. For multiple levels of a factor, two or more predictor variables can be devised to represent the distinct categorical levels.

NOTE 2 A predictor variable can include a random element in it or it can, for example, be from a set of qualitative classes which can be observed or assigned without random error.

NOTE 3 The term “predictor variable” is typically used in the development of a mathematical relationship among the **response variable** (3.1.3) and the available predictor variable(s) or functions of predictor variables. The term “factor” tends to be used operationally as a means to assess the response variable as particular factors vary.

NOTE 4 “Independent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with “independence” (see ISO 3534-1:2006, 2.4). Other terms sometimes substituted for predictor variable include “input variable”, “descriptor variable” and “explanatory variable”.

3.1.5 factor

⟨design of experiments⟩ feature under examination as a potential cause of variation

NOTE 1 The extent to which a given factor can be controlled dictates its potential role in a designed experiment. Factors can be controllable (fixed), modifiable (controllable only for short duration or at considerable expense) or uncontrollable (random).

NOTE 2 A factor could be associated with the creation of **blocks** (3.1.25).

3.1.6 residual error error term

random variable representing the difference between the **response variable** (3.1.3) and its prediction based on an assumed **model** (3.1.2)

NOTE 1 The predicted value of the response variable is based upon an assumed model, the parameters of which are estimated from the data. The residual error is that part of the response variable that is unexplained by those predictor variables, which have been included in the model, and may be due to both systematic and chance causes.

NOTE 2 For the purpose of this definition, the term “predicted response value” is understood to be the estimated response for that **experimental treatment**

NOTE 1 Une variable de prédiction peut être utilisée afin de modéliser l'impact d'un facteur qualitatif, par exemple, à deux niveaux. Pour les niveaux multiples d'un facteur, deux variables de prédiction ou plus peuvent être construites afin de représenter les différentes modalités du facteur qualitatif.

NOTE 2 Une variable de prédiction peut comporter un élément aléatoire ou peut être, par exemple, un ensemble de classes de qualité qui peuvent être observées ou affectées sans erreur aléatoire.

NOTE 3 Le terme «variable de prédiction» est généralement utilisé dans des contextes impliquant une relation mathématique entre la **variable de réponse** (3.1.3) et une (des) variable(s) de prédiction ou des fonctions de variables de prédiction. Le terme facteur a tendance à être utilisé dans la pratique comme un moyen d'évaluer la variable de réponse lorsque des facteurs particuliers varient.

NOTE 4 Le terme «variable indépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4). Les autres termes parfois utilisés en remplacement de variable de prédiction comprennent «variable d'entrée», «variable descriptive» et «variable explicative».

3.1.5 facteur

⟨plans d'expériences⟩ propriété étudiée comme cause potentielle de variation

NOTE 1 Le degré auquel une variable de prédiction donnée peut être maîtrisée détermine son rôle potentiel dans une expérience planifiée. Les facteurs sont susceptibles d'être maîtrisés (fixes), modifiables (maîtrisés uniquement pendant une courte période ou à un coût considérable) ou non maîtrisés (aléatoires).

NOTE 2 Un facteur peut être associé à la création de **blocs** (3.1.25).

3.1.6 erreur résiduelle terme d'erreur

variable aléatoire représentant la différence entre la **variable de réponse** (3.1.3) et sa prédiction sur la base d'un **modèle** présumé (3.1.2)

NOTE 1 La valeur prévue de la variable de réponse est fondée sur un modèle présumé, dont les paramètres sont estimés à partir des données. L'erreur résiduelle est la partie de la variable de réponse qui n'est pas expliquée par ces variables de prédiction, qui sont incluses dans le modèle, et peut être due à des causes fortuites ou systématiques.

NOTE 2 Dans cette définition, le terme «valeur prévue de la réponse» s'entend comme étant la réponse du **traitement expérimental** (3.1.13) estimée à partir du

(3.1.13) determined from the empirical model derived from the data of the **experiment** (3.1.1) using the assumed model.

NOTE 3 Residual error includes **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The expectation of the residual error is assumed to be zero.

NOTE 4 The variance of the residual error is usually estimated in an experiment by subtracting the pooled sum of squares for terms included in the assumed model from the total sum of squares and dividing by the corresponding difference in **degrees of freedom** (3.1.32).

NOTE 5 The term “residual error” is used in practice in two different ways. For this part of ISO 3534, the term is used as a random variable associated with the difference between the response variable which is a random variable and the prediction of the response variable which is based on an assumed model.

NOTE 6 In cases in which the residual error is estimated from data, the terms sample residual error or empirical residual error are used.

EXAMPLE Consider a simple model $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. If $\hat{\mu}$ and $\hat{\beta}$ were the estimators of μ and β respectively, then $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ is the residual error given the predictor variable x .

3.1.7 residual

observed value of the **residual error** (3.1.6)

EXAMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ is a residual corresponding to the model in Example 2 from 3.1.2.

EXAMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ is a residual corresponding to the model in Example 3 from 3.1.2.

EXAMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ is a residual corresponding to the model in Example 4 from 3.1.2.

3.1.8 variance component

part of the total variance of a **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 A variance component can be either an individual variance component that is part of the overall variability of the response variable or it could be due to a random variable when modelling the response variable as a sum of independent error terms.

NOTE 2 Other models can be envisaged that include nested (see 3.2.21) or crossed factors (see 3.2.1).

modèle empirique déduit des résultats de l'**expérience** (3.1.1) en utilisant le modèle présumé.

NOTE 3 L'erreur résiduelle inclut l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9) et l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). L'espérance mathématique de l'erreur résiduelle est supposée être nulle.

NOTE 4 La variance de l'erreur résiduelle est généralement calculée en soustrayant de la somme totale des carrés la somme des carrés imputables à chacun des termes inclus dans le modèle présumé, puis en divisant la différence ainsi obtenue par le nombre de **degrés de liberté** (3.1.32).

NOTE 5 Le terme «erreur résiduelle» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Pour la présente partie de l'ISO 3534, le terme est utilisé en tant que variable aléatoire associée à la différence entre la variable de réponse qui est une variable aléatoire et la prédiction de la variable de réponse qui est fondée sur un modèle présumé.

NOTE 6 Lorsque l'erreur résiduelle peut être estimée à partir des données, les termes «erreur résiduelle de l'échantillon» ou «erreur résiduelle empirique» sont utilisés.

EXEMPLE Considérer un modèle simple $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. Si $\hat{\mu}$ et $\hat{\beta}$ étaient les estimations de μ et de β , respectivement, alors $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ est l'erreur résiduelle étant donnée la variable de prédiction x .

3.1.7 résidu

valeur observée de l'**erreur résiduelle** (3.1.6)

EXEMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 2 donné en 3.1.2.

EXEMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 3 donné en 3.1.2.

EXEMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 4 donné en 3.1.2.

3.1.8 composante de la variance

partie de la variance totale d'une **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 Une composante de variance peut être soit une composante de variance individuelle faisant partie de la variabilité globale de la variable de réponse ou elle peut être due à une variable aléatoire lors de la modélisation de la variable de réponse comme une somme indépendante de termes d'erreur.

NOTE 2 D'autres modèles, qui incluent les facteurs emboîtés (voir 3.2.21) ou les facteurs croisés (voir 3.2.1), peuvent être envisagés.