

# NORME INTERNATIONALE

# ISO 1151-3

Deuxième édition  
1989-04-01

---

---

## Mécanique du vol — Concepts, grandeurs et symboles —

### Partie 3 : Dérivées des forces, des moments et de leurs coefficients

(standards.iteh.ai)

*Flight dynamics — Concepts, quantities and symbols —*

*Part 3 : Derivatives of forces, moments and their coefficients*

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989>

INTERNATIONAL

ISO



Numéro de référence  
ISO 1151-3 : 1989 (F)

## Sommaire

	Page
Avant-propos .....	iii
<b>3.0</b> Introduction .....	1
<b>3.1</b> Fonctions et variables indépendantes .....	1
<b>3.1.1</b> Fonctions et classes de dérivées .....	1
<b>3.1.2</b> Variables indépendantes .....	2
<b>3.2</b> Dérivées directes .....	2
<b>3.3</b> Dérivées massiques .....	3
<b>3.3.1</b> Dérivées massiques de force .....	4
<b>3.3.2</b> Dérivées massiques de moment .....	5
<b>3.4</b> Dérivées réduites .....	6
<b>3.5</b> Dérivées de coefficients .....	8

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546b8868-1156-4db9-854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989>

© ISO 1989

Droits de reproduction réservés. Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

Organisation internationale de normalisation  
Case postale 56 • CH-1211 Genève 20 • Suisse

Imprimé en Suisse

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour approbation, avant leur acceptation comme Normes internationales par le Conseil de l'ISO. Les Normes internationales sont approuvées conformément aux procédures de l'ISO qui requièrent l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

La Norme internationale ISO 1151-3 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 20, *Aéronautique et espace*.

[https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546be868-1156-4db9-](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546be868-1156-4db9-854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989)

[854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546be868-1156-4db9-854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989)

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition (ISO 1151-3 : 1972), dont elle constitue une révision technique.

L'attention des utilisateurs est attirée sur le fait que toutes les Normes internationales sont de temps en temps soumises à révision et que toute référence faite à une autre Norme internationale dans le présent document implique qu'il s'agit, sauf indication contraire, de la dernière édition.

L'ISO 1151, *Mécanique du vol — Concepts, grandeurs et symboles*, comprend actuellement sept parties :

*Partie 1: Mouvement de l'avion par rapport à l'air.*

*Partie 2: Mouvements de l'avion et de l'atmosphère par rapport à la Terre.*

*Partie 3: Dérivées des forces, des moments et de leurs coefficients.*

*Partie 4: Paramètres utilisés dans l'étude de la stabilité et du pilotage des avions.*

*Partie 5: Grandeurs utilisées dans les mesures.*

*Partie 6: Géométrie de l'avion.*

*Partie 7: Points de vol et domaines de vol.*

L'ISO 1151 est destinée à introduire les principaux concepts, à définir les termes les plus importants utilisés dans les études théoriques et expérimentales et, dans la mesure du possible, à donner les symboles correspondants.

Dans toutes les parties de l'ISO 1151, le terme « avion » désigne un véhicule destiné à voler dans l'atmosphère ou dans l'espace. En général, il présente essentiellement une symétrie gauche-droite par rapport à un plan. Ce plan est déterminé par les caractéristiques géométriques de l'avion. Dans ce plan, on définit deux directions orthogonales : arrière-avant et dessus-dessous. La direction transversale, sur la perpendiculaire à ce plan, en résulte.

Lorsqu'il y a un seul plan de symétrie, c'est le plan de référence de l'avion. Lorsqu'il y a plus d'un plan de symétrie, ou lorsqu'il n'y en a aucun, il est nécessaire de choisir un plan de référence. Dans le premier cas, le plan de référence est l'un des plans de symétrie. Dans le second cas, le plan de référence est arbitraire. Dans tous les cas, il est nécessaire d'en préciser le choix.

Les angles de rotation, les vitesses angulaires et les moments autour d'un axe sont positifs dans le sens d'horloge, pour un observateur regardant dans la direction positive de cet axe.

Tous les trièdres utilisés sont trirectangles et directs, c'est-à-dire qu'une rotation positive de  $\pi/2$  autour de l'axe  $x$  amène l'axe  $y$  dans la position précédemment occupée par l'axe  $z$ .

Le centre de gravité coïncide avec le centre de masse si le champ de gravité est homogène. Si tel n'est pas le cas, le centre de gravité peut être remplacé par le centre de masse dans les définitions de l'ISO 1151. Ceci devra alors être spécifié.

## Numérotation des chapitres et paragraphes

Dans le but de faciliter l'indication des références d'un article ou d'un paragraphe, une numérotation décimale a été adoptée telle que le premier chiffre soit le numéro de la partie considérée de l'ISO 1151.

# Mécanique du vol — Concepts, grandeurs et symboles —

## Partie 3:

## Dérivées des forces, des moments et de leurs coefficients

### 3.0 Introduction

La présente partie de l'ISO 1151 traite des dérivées des forces, des moments et d'autres grandeurs caractérisant ces forces et ces moments.

La dénomination «dérivée» désigne la dérivée partielle d'une fonction par rapport à une variable indépendante.

Ces dérivées apparaissent dans les termes des séries de Taylor représentant les variations des fonctions avec les variables indépendantes. Dans la présente partie de l'ISO 1151, on se limite aux termes du premier ordre. Des termes d'ordre supérieur exigeraient des définitions supplémentaires pour les dérivées d'ordre supérieur.

L'avion est supposé rigide. Toutefois, la plupart des définitions peuvent être appliquées au cas de l'avion déformable. Les effets de l'aéroélasticité nécessiteraient l'introduction de grandeurs supplémentaires.

[ISO 1151-3:1989](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546be868-1156-4db9-854b-6879d385e289/iso-1151-3-1989)

### 3.1 Fonctions et variables indépendantes

Un ensemble de dérivées est caractérisé par l'ensemble des fonctions et l'ensemble des variables indépendantes par rapport auxquelles la différentiation est effectuée.

#### 3.1.1 Fonctions et classes de dérivées

Différentes classes de dérivées sont utilisées dans des études de mécanique du vol.

La présente partie de l'ISO 1151 contient les classes de dérivées suivantes:

Article	Classe	Marque distinctive
3.2	Dérivées directes	
3.3	Dérivées massiques	~
3.4	Dérivées réduites	^
3.5	Dérivées de coefficients	

Les marques distinctives peuvent être omises s'il n'y a pas de risque de confusion.

Dans chaque classe, la dénomination spécifique d'une dérivée particulière doit faire référence à la fonction et à la variable indépendante.

Les fonctions utilisées dans un problème donné se rapportent à un seul et même trièdre.

Dans le trièdre choisi, les composantes sont numérotées comme suit:

- 1 Composante par rapport à l'axe des  $x$
- 2 Composante par rapport à l'axe des  $y$
- 3 Composante par rapport à l'axe des  $z$

**3.1.2 Variables indépendantes**

Les variables indépendantes considérées sont

- des variables représentant le mouvement de l'avion par rapport à l'air (1.2 et 1.3);
- des variables représentant le braquage des gouvernes (1.8.3).

NOTE — Il peut être nécessaire d'introduire des types supplémentaires de variables indépendantes, par exemple les paramètres liés au système propulsif de l'avion.

Il est nécessaire de préciser l'ensemble des variables indépendantes utilisé. La valeur de la dérivée d'une fonction donnée par rapport à une variable indépendante donnée dépend, généralement, en effet, du choix des autres variables indépendantes.

Lorsque différents ensembles de variables indépendantes sont utilisés simultanément, chaque ensemble de dérivées correspondant à un ensemble de variables indépendantes donné doit être caractérisé par une marque distinctive appropriée.

**3.2 Dérivées directes**

Une dérivée directe est la dérivée partielle d'une composante de force ou de moment par rapport à une variable contenue dans un ensemble de variables indépendantes donné.

Une dérivée directe a la dimension du quotient de la fonction par la variable indépendante.

Le symbole d'une dérivée directe est celui de la fonction complété, en indice inférieur, par le symbole de la variable indépendante<sup>1)</sup>.

EXEMPLE

$$\frac{\partial X}{\partial u} = X_u$$

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

Les symboles des dérivées directes ne comportent pas de marque distinctive.

Les dérivées directes des composantes de la force résultante  $\vec{R}$  (1.5.2) et des composantes du moment résultant  $\vec{Q}$  (1.5.5) constituent les éléments des matrices  $R$  (3.2.1) et  $Q$  (3.2.2).

ISO 1151-3:1989

https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/546be868-1156-4db9-8348-6879d585e289/iso-1151-3-1989

Les symboles des matrices doivent être, de préférence, imprimés en caractères gras.

N°	Dénomination	Définition	Symbole
<b>3.2.1</b>	Matrice des dérivées (directes) de la force résultante	<p>Matrice constituée par les dérivées directes des composantes de la force résultante (1.5.2).</p> <p>Les lignes de la matrice sont ordonnées selon la convention donnée en 3.1.1. La <i>j</i><sup>ième</sup> ligne contient les dérivées de la <i>j</i><sup>ième</sup> fonction. Le <i>j</i><sup>ième</sup> élément d'une ligne de la matrice est la dérivée directe, par rapport à la <i>j</i><sup>ième</sup> variable de l'ensemble des variables indépendantes (3.1.2).</p> <p>La matrice a la structure suivante:</p> $R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \dots R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \dots R_{2n} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \dots R_{3n} \end{pmatrix}$ <p>avec, par exemple</p> $R_1 = X$ $R_2 = Y$ $R_3 = Z$ <p>NOTE — Une matrice analogue <math>R^A</math> peut être définie en ce qui concerne les composantes de la force aérodynamique du planeur (1.6.2.2).</p>	<b>R</b>

1) La variable indépendante est parfois indiquée dans le symbole par un indice supérieur, par exemple

$$\frac{\partial X}{\partial u} = X^u$$

N°	Dénomination	Définition	Symbole
3.2.2	Matrice des dérivées (directes) du moment résultant	<p>Matrice constituée par les dérivées directes des composantes du moment résultant (1.5.5).</p> <p>Les lignes de la matrice sont ordonnées selon la convention donnée en 3.1.1. La <math>i^{\text{ème}}</math> ligne contient les dérivées de la <math>j^{\text{ème}}</math> fonction. Le <math>j^{\text{ème}}</math> élément d'une ligne de la matrice est la dérivée directe, par rapport à la <math>j^{\text{ème}}</math> variable de l'ensemble des variables indépendantes (3.1.2).</p> <p>La matrice a la structure suivante:</p> $Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & \cdots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & \cdots & Q_{2n} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & \cdots & Q_{3n} \end{pmatrix}$ <p>avec, par exemple</p> $\begin{aligned} Q_1 &= L \\ Q_2 &= M \\ Q_3 &= N \end{aligned}$ <p>NOTE — Une matrice analogue <math>Q^A</math> peut être définie en ce qui concerne les composantes du moment aérodynamique du planeur (1.6.2.10).</p>	$Q$

## iTeh STANDARD PREVIEW (standards.iteh.ai)

### 3.3 Dérivées massiques

Une dérivée massique est la dérivée d'une composante de la résultante massique (1.5.10) ou du moment résultant massique (1.5.12) par rapport à une variable contenue dans un ensemble donné de variables indépendantes.

Les caractéristiques inertielles de l'avion,

- masse (1.4.1), et
- moments et produits d'inertie par rapport au trièdre avion (1.4.2 et 1.4.3),

sont supposées constantes.

Si les caractéristiques inertielles de l'avion ne peuvent pas être supposées constantes, les paramètres nécessaires à leur définition doivent être inclus dans l'ensemble des variables indépendantes.

Une dérivée massique a la dimension

- du quotient d'une accélération linéaire par la variable indépendante, dans le cas d'une dérivée de force massique, ou
- du quotient d'une accélération angulaire par la variable indépendante, dans le cas d'une dérivée de moment massique.

Le symbole d'une dérivée massique se compose

- du symbole alphabétique de base utilisé pour la composante correspondante de la force résultante (1.5.2) ou pour la composante correspondante du moment résultant (1.5.5),
- du symbole de la variable indépendante, en indice inférieur, et
- de la marque distinctive  $\sim$  au-dessus du symbole alphabétique de base.

Les paragraphes 3.3.1 et 3.3.2 donnent des définitions générales illustrées, pour chaque type de dérivée massique, par un exemple particulier. Des dérivées massiques d'autres forces ou d'autres moments, ou par rapport à d'autres variables indépendantes, peuvent être définies d'une façon analogue.

**3.3.1 Dérivées massiques de force**

Une dérivée massique de force est le produit de l'inverse de la masse de l'avion (1.4.1) ( $1/m$ ) par la dérivée directe de force correspondante (3.2). La notation matricielle de la matrice des dérivées massiques de force,  $\tilde{R}$ , est

$$\tilde{R} = \frac{1}{m} R$$

où

$m$  est la masse de l'avion (1.4.1);

$R$  est la matrice des dérivées directes de force (3.2.1).

Les éléments de la matrice  $\tilde{R}$  sont

$$\tilde{R}_{ij} = \frac{1}{m} R_{ij}$$

où

$\tilde{R}_{ij}$  est la dérivée de la  $i^{\text{ème}}$  composante de la résultante massique par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  variable indépendante;

$R_{ij}$  est la dérivée directe de la  $i^{\text{ème}}$  composante de la force résultante par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  variable indépendante;

$m$  est la masse de l'avion (1.4.1).

iTeh STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

N°	Dénomination	Définition	Symbole
3.3.1.1	Dérivée massique de force par rapport à une composante du vecteur vitesse-air	Dérivée partielle d'une composante de la résultante massique (1.5.11) par rapport à une composante du vecteur vitesse-air (1.3.4). EXEMPLE $\tilde{Y}_w = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial w}$	$\tilde{Y}_w$
3.3.1.2	Dérivée massique de force par rapport à une composante du vecteur vitesse angulaire	Dérivée partielle d'une composante de la résultante massique (1.5.11) par rapport à une composante du vecteur vitesse angulaire (1.3.6). EXEMPLE $\tilde{Y}_r = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial r}$	$\tilde{Y}_r$
3.3.1.3	Dérivée massique de force par rapport à une composante d'accélération linéaire	Dérivée partielle d'une composante de la résultante massique (1.5.11) par rapport à la dérivée d'une composante du vecteur vitesse-air (1.3.4) par rapport au temps. EXEMPLE $\tilde{Y}_{\dot{w}} = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \dot{w}} \text{ où } \dot{w} = \frac{dw}{dt}$	$\tilde{Y}_{\dot{w}}$
3.3.1.4	Dérivée massique de force par rapport à un braquage de gouverne	Dérivée partielle d'une composante de la résultante massique (1.5.11) par rapport à un braquage de gouverne (1.8.3.11 à 1.8.3.13). EXEMPLE $\tilde{Y}_{\delta_n} = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial \delta_n}$	$\tilde{Y}_{\delta_n}$

### 3.3.2 Dérivées massiques de moment

Une dérivée massique de moment est la dérivée d'une composante du moment résultant massique (1.5.13) par rapport à une variable contenue dans un ensemble donné de variables indépendantes.

La matrice des dérivées massiques de moment  $\tilde{Q}$  est le produit de la matrice inverse d'inertie  $J$  (1.4.11) par la matrice des dérivées directes de moment résultant  $Q$  (3.2.2):

$$\tilde{Q} = J Q$$

Les éléments de la matrice  $\tilde{Q}$  sont

$$\tilde{Q}_{ij} = \sum_{k=1}^3 J_{ik} Q_{kj}$$

où

$\tilde{Q}_{ij}$  est la dérivée de la  $i^{\text{ème}}$  composante du moment massique par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  variable indépendante;

$J_{ik}$  est le  $k^{\text{ème}}$  élément de la  $i^{\text{ème}}$  ligne dans la matrice inverse d'inertie;

$Q_{kj}$  est la dérivée de la  $k^{\text{ème}}$  composante du moment résultant par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  variable indépendante.

N°	Dénomination	Définition	Symbole
3.3.2.1	Dérivée massique de moment par rapport à une composante du vecteur vitesse-air	Dérivée partielle d'une composante du moment résultant massique (1.5.13) par rapport à une composante du vecteur vitesse-air (1.3.4).  EXEMPLE $\tilde{M}_w = \tilde{Q}_{2w} = J_{21} \frac{\partial L}{\partial w} + J_{22} \frac{\partial M}{\partial w} + J_{23} \frac{\partial N}{\partial w}$	$\tilde{M}_w$
3.3.2.2	Dérivée massique de moment par rapport à une composante du vecteur vitesse angulaire	Dérivée partielle d'une composante du moment résultant massique (1.5.13) par rapport à une composante du vecteur vitesse angulaire (1.3.6).  EXEMPLE $\tilde{M}_r = \tilde{Q}_{2r} = J_{21} \frac{\partial L}{\partial r} + J_{22} \frac{\partial M}{\partial r} + J_{23} \frac{\partial N}{\partial r}$	$\tilde{M}_r$
3.3.2.3	Dérivée massique de moment par rapport à une composante d'accélération linéaire	Dérivée partielle d'une composante du moment résultant massique (1.5.13) par rapport à la dérivée d'une composante du vecteur vitesse-air (1.3.4) par rapport au temps.  EXEMPLE $\tilde{M}_{\dot{w}} = \tilde{Q}_{2\dot{w}} = J_{21} \frac{\partial L}{\partial \dot{w}} + J_{22} \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} + J_{23} \frac{\partial N}{\partial \dot{w}}$  où $\dot{w} = \frac{dw}{dt}$	$\tilde{M}_{\dot{w}}$
3.3.2.4	Dérivée massique de moment par rapport à un braquage de gouverne	Dérivée partielle d'une composante du moment résultant massique (1.5.13) par rapport à un braquage de gouverne (1.8.3.11 à 1.8.3.13).  EXEMPLE $\tilde{M}_{\delta_n} = \tilde{Q}_{2\delta_n} = J_{11} \frac{\partial L}{\partial \delta_n} + J_{12} \frac{\partial M}{\partial \delta_n} + J_{13} \frac{\partial N}{\partial \delta_n}$	$\tilde{M}_{\delta_n}$