
**Гранулометрический анализ.
Представление результатов.**

Часть 2:

**Расчет средних размеров/диаметров
частиц и моментов по распределению
частиц по размерам**

Representation of results of particle size analysis —

*Part 2: Calculation of average particle sizes/diameters and moments
from particle size distributions*

ISO 9276-2:2014

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/bcc0ec3d-e212-4a20-88be-bcc2691aaf74/iso-9276-2-2014>

Ответственность за подготовку русской версии несёт GOST R
(Российская Федерация) в соответствии со статьёй 18.1 Устава ISO



Ссылочный номер
ISO 9276-2:2014(R)

iTeh STANDARD PREVIEW
(standards.iteh.ai)

ISO 9276-2:2014

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/bcc0ec3d-e212-4a20-88be-bcc2691aaf74/iso-9276-2-2014>



ДОКУМЕНТ ЗАЩИЩЕН АВТОРСКИМ ПРАВОМ

© ISO 2014

Все права сохраняются. Если не указано иное, никакую часть настоящей публикации нельзя копировать или использовать в какой-либо форме или каким-либо электронным или механическим способом, включая фотокопии и микрофильмы, без предварительного письменного согласия ISO по адресу, указанному ниже, или членом ISO в стране регистрации пребывания.

ISO copyright office
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20
Tel. + 41 22 749 01 11
Fax + 41 22 749 09 47
E-mail copyright@iso.org
Web www.iso.org

Опубликовано в Швейцарии

Содержание

Страница

Предисловие	iv
Введение	v
1 Область применения.....	1
2 Нормативные ссылки	1
3 Термины и определения.....	1
4 Представление моментов	3
4.1 Определение моментов согласно методу представления моментов	3
4.2 Определение среднего размеров частиц по методу представления моментов	4
4.3 Расчет моментов и средние размеры частиц по данному распределению размеров	7
4.4 Дисперсия и стандартное отклонение распределения частиц по размерам	9
4.5 Расчет моментов и средние размеры частиц из логарифмически нормального распределения	10
4.6 Расчет объемной удельной площади поверхности и среднего диаметра Соутера	10
5 Метод представления отношения моментов	10
5.1 Определение моментов согласно методу представления отношений моментов.....	11
5.2 Определение средних размеров частиц методом представления отношений моментов.....	11
5.3 Расчет средних размеров частиц по данному распределению размеров.....	13
5.4 Дисперсия и стандартное отклонение распределения частиц по размерам	14
5.5 Соотношение между средними размерами частиц.....	15
5.6 Расчет объемной удельной площади поверхности и среднего диаметра Соутера	16
6 Соотношение между представлением моментов и представлением отношений моментов	16
7 Точность рассчитанных параметров распределения частиц по размерам.....	19
Приложение А (информативное) Числовой пример для расчета средних размеров частиц и стандартное отклонение по гистограмме распределения частиц по объему	20
Приложение В (информативное) Числовой пример расчета средних размеров частиц и стандартного отклонения по гистограмме распределения частиц по объему.....	23
Приложение С (информативное) Точность рассчитанных параметров распределения частиц по размеру	27
Библиография.....	29

Предисловие

Международная организация по стандартизации (ISO) всемирная федерация национальных органов по стандартизации (комитеты-члены ISO). Работа по подготовке международных стандартов обычно ведется через технические комитеты ISO. Каждый комитет-член ISO, проявляющий интерес к тематике, по которой учрежден технический комитет, имеет право быть представленным в этом комитете. Международные организации, государственные и негосударственные, имеющие связи с ISO, также принимают участие в работе. ISO тесно сотрудничает с Международной электротехнической комиссией (IEC) по всем вопросам стандартизации в области электротехники.

Процедуры, используемые для разработки данного документа, и процедуры, предусмотренные для его дальнейшего ведения, описаны в Части 1 Директив ISO/IEC. В частности, следует отметить различные критерии утверждения, требуемые для различных типов документов ISO. Проект данного документа был разработан в соответствии с редакционными правилами Части 2 Директив ISO/IEC. www.iso.org/directives.

Необходимо обратить внимание на возможность того, что ряд элементов данного документа могут быть предметом патентных прав. Международная организация ISO не должна нести ответственность за идентификацию таких прав, частично или полностью. Сведения о патентных правах, идентифицированных при разработке документа, будут указаны во Введении и/или в перечне полученных ISO объявлениях о патентном праве. www.iso.org/patents.

Любое торговое название, использованное в данном документе, является информацией, предоставляемой для удобства пользователей, а не свидетельством в пользу того или иного товара или той или иной компании.

Для пояснения значений конкретных терминов и выражений ISO, относящихся к оценке соответствия, а также информация о соблюдении Международной организацией ISO принципов ВТО по техническим барьерам в торговле (ТБТ), см. следующий унифицированный локатор ресурса (URL): [Foreword - Supplementary information](#).

За данный документ несет ответственность технический комитет ISO/TC 24, *Определение характеристик частиц, включая ситовый анализ*, Подкомитетом SC 4, *Определение характеристик частиц*.

Настоящее второе издание отменяет и заменяет первое издание (ISO 9276-2:2001) после технического пересмотра.

ISO 9276 состоит из следующих частей под общим названием *Гранулометрический анализ. Представление результатов*:

- *Часть 1: Графическое представление*
- *Часть 2: Расчет средних размеров/диаметров частиц и моментов по распределению частиц по размерам*
- *Часть 3: Подгонка экспериментальной кривой в соответствии с эталонной моделью*
- *Часть 4: Определение процесса классификации*
- *Часть 5: Методы расчета при гранулометрическом анализе с использованием логарифмического нормального распределения вероятностей*
- *Часть 6: Описательное и количественное представление формы и морфологии частиц*

Введение

Для характеристики твердых частиц часто пользуются гранулометрическим анализом. Взаимосвязь между физическими свойствами материала в виде частиц, такие как прочность, текучесть, скорость растворения, стабильность эмульсии/суспензии и размер частиц порошка всегда дает основание для такой характеристики. Для материалов, имеющих распределение частиц по размерам, важно использовать соответствующий параметр, определенный средний размер частиц, взвешенный, например, по количеству, площади или объему, во взаимосвязи с физическими свойствами.

Данная часть ISO 9276 описывает две процедуры для использования моментов для расчета средних размеров, разброс и другие статистические меры распределения частиц по размерам (гранулометрического состава).

Первый метод называется метод символического представления моментов. Конкретная польза символического представления моментов заключается в характеристике гранулометрического состава с помощью моментов и средних размеров. Символическое представление моментов черпает принципы взвешивания из физики, особенно из механики, и включает среднее арифметическое от количественных распределений по размерам только как одну часть^{[1][2]}.

Второй метод называется методом символического представления отношения моментов. Этот метод основан на статистических критериях и частотах, а также включает преобразование в другие типы величин^{[3][4]}.

Важно отметить, что значение подстрочных индексов средних размеров, определенных в методе символического представления моментов отличается от подстрочных индексов средних размеров в методе символического представления отношения моментов. Оба представления связаны простым отношением, приведенным в Разделе 6. <https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/bcc0ec3d-e212-4a20-88be-bcc2691aaf74/iso-9276-2:2014>

Оба представления подходят для выведения и /или выбора средних размеров, относящихся к физическим свойствам продукта или процесса для так называемых функций свойства или функций процесса. Тип предпочтительного среднего размера должен иметь причинно-следственную связь с соответствующим физическим свойством продукции или процесса.

Множество характеристик частиц включает очень широкий спектр научных дисциплин. На обозначение задействованного распределения по размерам влияет отрасль промышленности и применение, и, таким образом, ни одно обозначение не получило всеобщего предпочтения.

Существует несколько свойств, зависящих от размера частиц, например, рассеяние света в определенных диапазонах размеров частиц, которые невозможно характеризовать с помощью средних размеров частиц, выведенных из простых уравнений экспоненциального закона систем обозначения^[5].

Гранулометрический анализ. Представление результатов.

Часть 2.

Расчет средних размеров/диаметров частиц и моментов по распределению частиц по размерам

1 Область применения

Данная часть ISO 9276 представляет соответствующие формулы и логически обоснованные номенклатуры для вычисления моментов, средних размеров частиц и стандартных отклонений от данного распределения частиц по размерам. Описаны две обычно используемые системы обозначения. Одна из метода моментов, вторая система описывает метод отношения моментов. Гранулометрический состав можно получить в виде гистограмме или аналитической функции.

Эквивалентный диаметр частицы любой формы берется как размер этой частицы. Коэффициенты формы частицы не учитываются. Важно указать в протоколе технику измерения в свете зависимости результатов определения размеров от принципов измерения. Предполагается, что пробы измеренных частиц являются репрезентативными для совокупности частиц.

Для обеих систем обозначения в приложении представлены числовые примеры расчета средних размеров частиц и стандартного отклонения по данным гистограммы.

Точность среднего размера частиц может снизиться, если оценивают неполное распределение. Точность может также снизиться, если задействованы очень ограниченные количества классов распределения размеров.

2 Нормативные ссылки

Следующие ссылочные нормативные документы являются обязательными при применении данного документа. Для жестких ссылок применяется только цитированное издание документа. Для плавающих ссылок необходимо использовать самое последнее издание нормативного ссылочного документа (включая любые изменения).

ISO 9276-1:1998, *Гранулометрический анализ. Представление размеров. Часть 1: графическое представление*

ISO 9276-5:2005, *Гранулометрический анализ. Представление размеров. Часть 5: Методы расчета, относящиеся к гранулометрическому анализу с помощью нормального логарифмического распределения вероятностей*

3 Термины и определения

При необходимости различные обозначения даются в представлении моментов (M) и представлении отношения моментов (M-R). Это служит цели четкой дифференциации между двумя системами. Для обеих систем обозначения терминология конкретных средних размеров частиц вставлена в соответствующие разделы: Раздел 4 и Раздел 5, соответственно.

Представление M	Представление M-R	Описание
i	i	номер класса распределения размеров с максимальным размером частиц: $x_i(M)$ или средним размером частиц $D_i(M-R)$
k		степень x
m	m	число классов распределения размеров
r	r	тип количественного распределения (общее описание) $r = 0$, тип распределения: по количеству $r = 1$, тип распределения: по длине (диаметру) $r = 2$, тип распределения: по поверхности или спроектированной площади $r = 3$, тип распределения: по объему или по массе
$M_{k,r}$		полный k -тый момент выборочного распределения $q_r(x)$
$m_{k,r}$		полный k -тый центральный момент выборочного распределения $q_r(x)$
	M_p	p -тый момент плотности количественного распределения
	m_p	p -тый центральный момент плотности количественного распределения
	N	общее число частиц в пробе
	O	порядок среднего размера частиц ($O = p + q$)
	p, q	степени D в моментах или подстрочные индексы, указывающие то же самое
$q_r(x)$	$q_r(D)$	плотность распределения по типу распределения частиц r
$\bar{q}_{r,i}$		средний уровень плотности распределения на интервале размеров i -той частицы, Δx_i
$Q_r(x)$	$Q_r(D)$	интегральная функция распределения типа величины r
$\Delta Q_{r,i}$		разность двух значений интегральной функции, т.е. относительная величина на интервале размеров i -той частицы, Δx_i
s_r	s_r	стандартное отклонение распределения $q_r(x)$ и $q_r(D)$
s_g	s_g	геометрическое стандартное отклонение распределения
s	s	стандартное отклонение логарифмически нормального распределения ($s = \ln s_g$)
S	S	площадь поверхности
S_V	S_V	объемная удельная площадь поверхности
V	V	объем частицы
\bar{V}		средний объем частицы
x	D	размер частицы, диаметр эквивалентной сферы
x_j		верхний размер интервала размеров i -той частицы
x_{j-1}		нижний размер интервала размеров i -той частицы
	D_j	средний размер в i -том размерном классе

x_{\min}		размер частиц минимальный в данном распределении по размерам (гранулометрическом составе)
x_{\max}		размер частиц максимальный в данном распределении по размерам (гранулометрическом составе)
$\bar{x}_{k,r}$	$\bar{D}_{p,q}$	средние размеры частиц (общее описание)
	$\bar{D}_{p,p}$	средние геометрические размеры частиц
$\bar{x}_{k,0}$		средний арифметический размер частиц
$\bar{x}_{k,r}$		средний взвешенный размер частиц
$\bar{x}_{\text{geo},r}$		средний геометрический размер частиц
$\bar{x}_{\text{har},r}$		средний гармонический диаметр
$x_{50,3}$		медианный размер частиц интегральной функции объемного распределения
$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$		ширина интервала размеров i -той частицы

4 Представление моментов

Моменты являются основой для определения средних размеров и стандартных отклонений распределения частиц по размерам. Случайная выборка, содержащая ограниченное число частиц из большой *совокупности* размеров частиц, используется для оценки моментов распределения по размерам этой совокупности. Оценка касается предположения о числовых значениях неизвестной совокупности по значениям в выборке. Измерения размеров частиц всегда выполняют на дискретных выборках t включают ряд дискретных размерных классов. Поэтому, данная часть ISO 9276 касается только моментов, относящихся к выборкам.

4.1 Определение моментов согласно методу представления моментов

Полный k -тый момент плотности распределения^[1] представляют интегралами в соответствии с формулой (1). M означает момент. Первый подстрочный индекс, k , для M , указывает степень размера x частицы, второй индекс, r , для M описывает тип величины плотности распределения.

$$M_{k,r} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^k q_r(x) dx \quad (1)$$

Если $r=0$, $q_0(x)$ представляет плотность количественного распределения, если $r=3$, $q_3(x)$ представляет плотность распределения объемов или масс.

Формула (1) описывает *полный момент*, если границы интеграла представлены минимальным (x_{\min}) и максимальным размером частиц (x_{\max}).

Частный полный момент представлен $M_{0,r}$:

$$M_{0,r} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^0 q_r(x) dx = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} q_r(x) dx = Q_r(x_{\max}) - Q_r(x_{\min}) = 1 \quad (2)$$

при

$$Q_r(x_i) = \int_{x_{\min}}^{x_i} q_r(x) dx \tag{3}$$

Момент является *неполным*, если интегрирование выполняется между двумя случайными диаметрами частиц x_{i-1} и x_i в данном диапазоне размеров распределения:

$$x_{\min} < x_{i-1} < x < x_i < x_{\max}$$

$$M_{k,r}(x_{i-1}, x_i) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} x^k q_r(x) dx \tag{4}$$

Помимо моментов, связанных с началом оси размеров частиц и показанных в формуле (1) и (4), так называемый *k*-тый *центральный момент плотности распределения* $q_r(x)$, $m_{k,r}$ можно вывести из данной плотности распределения. Он связан с взвешенным средним размером частиц $\bar{x}_{k,r}$ [см. формулу (11)].

Полный *k*-тый *центральный момент* определяют как:

$$m_{k,r} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (x - \bar{x}_{1,r})^k q_r(x) dx \tag{5}$$

4.2 Определение средних размеров частиц по методу представления моментов

Все *средние размеров частиц* определяют по формуле (6):

$$\bar{x}_{k,r} = k \sqrt[k]{M_{k,r}} \tag{6}$$

В зависимости от численных значений, выбранных для подстрочных индексов, *k* и *r*, можно определить различные средние размеров частиц. Поскольку средние значения, вычисленные по формуле (6), могут значительно отличаться, всегда необходимо указывать значения индексов *k* и *r*.

Существует две группы средних размеров частиц, которые предпочтительно использовать, как то: средние арифметические размеры частиц и взвешенные средние размеры частиц.

4.2.1 Терминология для средних размеров частиц в методе представления моментов $\bar{x}_{k,r}$

Таблица 1 представляет примеры терминологии в отношении средних размеров.

Таблица 1 — Терминология для средних размеров частиц $\bar{x}_{k,r}$

Систематический код	Терминология
$\bar{x}_{1,0}$	средний арифметический размер
$\bar{x}_{2,0}$	средняя арифметическая площадь
$\bar{x}_{3,0}$	средний арифметический объем
$\bar{x}_{1,1}$	взвешенный по (линейному) размеру (диаметру) средний размер
$\bar{x}_{1,2}$	Взвешенный по площади средний размер, средний диаметр по Соутеру (Sauter)
$\bar{x}_{1,3}$	Взвешенный по объему средний размер

4.2.2 Средние арифметические размеры

Средний арифметический размер является взвешенным по количеству средний размер, рассчитанный по плотности количественного распределения, $q_0(x)$:

$$\bar{x}_{k,0} = \sqrt[k]{M_{k,0}} \quad (7)$$

Подсчет отдельных частиц на изображении под микроскопом является типичным примером получения процентов количеств ($r = 0$) как основу для усреднения.

В соответствии со Ссылкой [2], рекомендуемыми средними размерами частиц являются:

средний арифметический размер (соответствует средней арифметической длине):

$$\bar{x}_{1,0} = M_{1,0} \quad (8)$$

средняя арифметическая площадь (средний арифметический диаметр Хейвуда (Heywood^[2]): средний диаметр поверхности):

$$\bar{x}_{2,0} = \sqrt[2]{M_{2,0}} \quad (9)$$

средний арифметический объем (средневзвешенный диаметр Хейвуда (Heywood^[2]):

$$\bar{x}_{3,0} = \sqrt[3]{M_{3,0}} \quad (10)$$

4.2.3 Взвешенные средние размеры частиц

Взвешенные средние размеры частиц определяют по формуле:

$$\bar{x}_{k,r} = \sqrt[k]{M_{k,r}} \quad (11)$$

Взвешивание сит до и после просеивания является типичным примером получения процентов масс ($r = 3$) как основы для усреднения. Взвешенные средние размеры частиц представляют абсциссу центра тяжести $q_r(x)$ – распределения. Рекомендованные взвешенные средние размеры частиц представлены формулами (12) – (15).

Взвешенный средний размер частиц плотности количественного распределения, $q_0(x)$, эквивалентен средней арифметической длине [см. формулу (8)]. Он представлен следующим образом:

Средний арифметический размер (средний диаметр Хейвуда (по количеству) (Heywood^[2]):

$$\bar{x}_{1,0} = M_{1,0} \quad (12)$$

Взвешенный средний размер частиц плотности распределения длин, $q_1(x)$, представляют как:

взвешенный по (линейному) размеру средний размер (линейный средний диаметр Хейвуда (Heywood^[6]):

$$\bar{x}_{1,1} = M_{1,1} \quad (13)$$

Взвешенный средний размер частиц плотности поверхностного распределения, $q_2(x)$, представляют как:

взвешенный по площади средний размер (средний диаметр поверхности Хейвуда (Heywood^[6]):

$$\bar{x}_{1,2} = M_{1,2} \tag{14}$$

Взвешенный средний размер частиц плотности распределения по объему, $q_3(x)$, представляют как:

взвешенный по объему средний размер (средний взвешенный диаметр Хейвуда (Heywood^[6]):

$$\bar{x}_{1,3} = M_{1,3} \tag{15}$$

4.2.4 Средние геометрическиеразмеры частиц

Если распределение размеров частиц удовлетворительно соответствует логарифмически нормальному распределению размеров (см. ISO 9276-5), то средний геометрический размер частиц характеризует среднее значение логарифма x . Медиана логарифмически нормального распределения имеет то же значение, что и средний геометрический размер.

Вместо среднего арифметического, вычисленного как сумма n значений, деленная на их число n , среднее геометрическое представляет собой корень n -той степени из произведения n значений. В пересчете на логарифмы, логарифм среднего геометрического рассчитывают как сумму логарифмов n значений, деленную на их число n . Среднее арифметическое больше, чем среднее геометрическое, причем расхождение увеличивается с увеличением разброса среди значений.

Математический анализ предельных условий формулы (6) при k стремящимся к нулю (см. также вывод для $p = q$ в представлении отношений моментов^[3]) ведет к среднему геометрическому размеру:

$$\bar{x}_{0,r} = e^{\frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \ln x q_r(x) dx}{n}} = \bar{x}_{\text{geo},r} \tag{16}$$

Или в пересчете на логарифмы:

$$\ln \bar{x}_{0,r} = \ln \bar{x}_{\text{geo},r} = \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \ln x q_r(x) dx}{n} \tag{17}$$

На основе данных от гистограммы получаем r -взвешенный средний геометрический размер:

$$\bar{x}_{0,r} = \exp\left(\sum_{i=1}^m \ln \bar{x}_i \bar{q}_{r,i} \Delta x_i\right) = \exp\left(\sum_{i=1}^m \ln \bar{x}_i \Delta Q_{r,i}\right) = \bar{x}_{\text{geo},r} \tag{18}$$

4.2.5 Средние гармонические размеры частиц

Среднее гармоническое ряда значений является обратной величиной среднего арифметического их обратных значений ^[7]. Среднее гармоническое меньше, чем среднее геометрическое, причем расхождение возрастает с увеличением разброса среди значений. Поэтому r -взвешенный средний гармонический размер можно рассчитать по формуле:

$$\bar{x}_{\text{har},r} = \frac{1}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{x} q_r(x) dx} = \frac{1}{M_{-1,r}} \tag{19}$$