

12

# ISO

ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION

## RECOMMANDATION ISO

### R 31

#### ONZIÈME PARTIE

## SIGNES ET SYMBOLES MATHÉMATIQUES À EMPLOYER DANS LES SCIENCES PHYSIQUES ET DANS LA TECHNIQUE

1<sup>ère</sup> ÉDITION

Février 1961

REPRODUCTION INTERDITE

Le droit de reproduction des Recommandations ISO et des Normes ISO est la propriété des Comités Membres de l'ISO. En conséquence, dans chaque pays, la reproduction de ces documents ne peut être autorisée que par l'organisation nationale de normalisation de ce pays, membre de l'ISO.

Seules les normes nationales sont valables dans leurs pays respectifs.

Imprimé au Danemark

Ce document est également édité en anglais et en russe. Il peut être obtenu auprès des organisations nationales de normalisation.

## HISTORIQUE

La Recommandation ISO/R 31, Onzième Partie, *Signes et Symboles Mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique*, a été élaborée par le Comité Technique ISO/TC 12, *Grandeurs, unités, symboles, facteurs de conversion et tables de conversion*, dont le Secrétariat est assuré par l'Association Danoise de Normalisation, Dansk Standardiseringsråd (DS).

Le Secrétariat d'ISO/TC 12 a établi successivement deux avant-projets dont le deuxième fut examiné par le Comité Technique au cours de sa quatrième réunion, tenue à Copenhague, en novembre 1957. Le Secrétariat établit alors un troisième avant-projet qui fut soumis par correspondance aux membres du Comité Technique et fut approuvé comme Projet de Recommandation ISO.

Il est à noter que les organisations internationales suivantes ont reçu communication de ces avant-projets et ont participé aux débats des réunions du Comité Technique ISO/TC 12:

Commission Internationale de l'Eclairage  
Comité International des Poids et Mesures  
Commission Electrotechnique Internationale  
Union Internationale de Chimie Pure et Appliquée  
Union Internationale de Physique Pure et Appliquée  
et son Sous-Comité SUN  
Organisation Internationale de Métrologie Légale

En date du 29 mai 1959, ce Projet de Recommandation ISO (N° 287) fut distribué à tous les Comités Membres de l'ISO et approuvé par les Comités Membres suivants:

Allemagne	France	Pays-Bas
Australie	Grèce	Pologne
Autriche	Hongrie	Portugal
Belgique	Inde	Roumanie
Birmanie	Irlande	Suède
Canada	Japon	Suisse
Chili	Norvège	U. S. S. R.
Danemark	Nouvelle-Zélande	U. S. A.
Espagne	Pakistan	

Trois Comités Membres se déclarèrent opposés à l'approbation du Projet:  
Italie, Royaume-Uni, Tchécoslovaquie.

Le Projet de Recommandation ISO fut alors soumis par correspondance au Conseil de l'ISO qui décida, en février 1961, de l'accepter comme RECOMMANDATION ISO.

## Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique

### Introduction

Ce document, qui contient un choix de *signes et de symboles mathématiques* dont l'emploi est recommandé dans les sciences physiques et dans la technique, est une partie d'une publication plus générale concernant les grandeurs et unités dans différents domaines de la science et de la technique.

Cette publication fait l'objet de la Recommandation ISO/R 31/Première partie, Deuxième partie, etc.

Lorsque plusieurs signes ou symboles ayant le même sens sont indiqués, ils sont admissibles au même titre.

Aucune recommandation n'est faite ni suggérée en ce qui concerne la famille des caractères droits employés pour l'impression de certains symboles mathématiques. Dans ce document la même famille est utilisée dans les colonnes «Sens» et «Remarques».

Quelques principes pour l'impression des symboles et des nombres sont donnés dans la Recommandation ISO/R 31/Douzième partie \*).

### 1. Arithmétique, algèbre et analyse des grandeurs scalaires réelles

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
1.1	=	égal à	
1.2	≠	différent de	
1.3	≡	égal identiquement à	Il est recommandé de ne pas employer ce signe dans le sens «défini comme égal à».
1.4	△	correspond à	Exemples: Sur la base de l'équation $E = mc^2$ , $1 \text{ g} \triangleq 9 \times 10^{20} \text{ erg}$ Quand 1 cm sur une carte correspond à une longueur de 10 km, on peut écrire $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$
1.5	≈	égal environ à	
1.6	→	tend vers	
1.7	∞	asymptotiquement égal à	∞ est aussi utilisé
1.8	∝	proportionnel à	∝ est aussi utilisé
1.9	∞	infini	
1.10	<	inférieur à	
1.11	>	supérieur à	
1.12	≤	inférieur ou égal à	
1.13	≥	supérieur ou égal à	
1.14	≪	très inférieur à	
1.15	≫	très supérieur à	
1.16	+	plus	

\* Projet de Recommandation ISO N° 345

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
1.17	—	moins	} Voir aussi ISO/R 31/Partie XII*)
1.18	· ×	multiplié par	
1.19	$\frac{a}{b}$ $a/b$	$a$ divisé par $b$	$a:b$ est aussi utilisé
1.20	$ a $	valeur absolue de $a$	
1.21	$a^n$	$a$ puissance $n$	
1.22	$a^{1/2}$ $a^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt{a}$ $\sqrt{a}$	racine carrée de $a$	Quand les signes $\sqrt{\quad}$ ou $\sqrt[3]{\quad}$ s'appliquent à une expression composée, des parenthèses doivent être employées.
1.23	$a^{1/n}$ $a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a}$ $\sqrt[n]{a}$	racine $n$ -ième de $a$	
1.24	$\bar{a}$ $\langle a \rangle$	valeur moyenne de $a$	Le sens de «valeur moyenne» n'est pas complètement défini, tant que le procédé pour établir la moyenne n'a pas été spécifié.
1.25	$p!$	factorielle $p$ , $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times p$	$p$ est un entier positif
1.26	$\binom{n}{p}$	coefficient binomial, $\frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{1 \times 2 \times \dots \times p}$	
1.27	$\Sigma$	somme	
1.28	$\Pi$	produit	
1.29	$f(x)$ $f(x)$	fonction $f$ (ou $f$ ) de la variable $x$	
1.30	$[f(x)]_a^b$ $f(x) _a^b$	$f(b) - f(a)$	
1.31	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	valeur limite de $f(x)$ quand $x$ tend vers $a$	
1.32	$\Delta x$	delta $x$ = accroissement fini de $x$	
1.33	$\delta x$	delta $x$ = variation de $x$	
1.34	$\frac{df}{dx}$ $df/dx$ $f'(x)$	dérivée de $f(x)$ par rapport à $x$	La dérivation d'une grandeur par rapport au temps est aussi indiquée par un point au-dessus du symbole de la grandeur: $ds/dt = \dot{s}$
1.35	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $f^{(n)}(x)$	dérivée d'ordre $n$ de $f(x)$	
1.36	$\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$ $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$	dérivée partielle de $f(x, y, \dots)$ par rapport à $x$ quand $y, \dots$ restent constants	$f_x(x, y, \dots)$ et $f'_x(x, y, \dots)$ sont aussi utilisés
1.37	$df$	différentielle totale de $f$	Exemple: $df(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$
1.38	$\int f(x) dx$	intégrale indéfinie de $f(x)$ par rapport à $x$	
1.39	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$	intégrale définie de $f(x)$ , de $x = a$ à $x = b$	$\int_a^b f(x) dx = \left(\int f(x) dx\right)_{x=b} - \left(\int f(x) dx\right)_{x=a}$ Pour l'intégration le long d'une courbe fermée, $\oint$ est utilisé
1.40	$e$	base des logarithmes népériens	} $e$ est aussi utilisé
1.41	$e^x$ $\exp x$	exponentielle de $x$	
1.42	$\log_a x$	logarithme de base $a$ de $x$	
1.43	$\ln x$ $\log_e x$	logarithme népérien (logarithme naturel) de $x$	
1.44	$\lg x$ $\log x$ $\log_{10} x$	logarithme décimal (logarithme vulgaire) de $x$	
1.45	$\text{lb } x$ $\log_2 x$	logarithme binaire de $x$	

\*) Quelques principes pour l'impression des symboles et des nombres. (Projet de Recommandation ISO N° 345)

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
1.46	$\sin x$	sinus $x$	
1.47	$\cos x$	cosinus $x$	
1.48	$\tan x, \operatorname{tg} x$	tangente $x$	
1.49	$\cot x, \operatorname{ctg} x$	cotangente $x, \frac{1}{\tan x}$	$\operatorname{cotg} x$ est aussi utilisé
1.50	$\sec x$	sécante $x, \frac{1}{\cos x}$	
1.51	$\operatorname{cosec} x$	cosécante $x, \frac{1}{\sin x}$	Les fonctions 1.46 à 1.51 sont dénommées fonctions circulaires. Voir aussi la remarque qui suit 1.57
1.52	$\arcsin x$	arc sinus $x$	Parfois $\sin^{-1} x$ est utilisé
1.53	$\arccos x$	arc cosinus $x$	Parfois $\cos^{-1} x$ est utilisé
1.54	$\arctan x, \operatorname{arctg} x$	arc tangente $x$	Parfois $\tan^{-1} x$ est utilisé
1.55	$\operatorname{arccot} x, \operatorname{arcctg} x$	arc cotangente $x$	Parfois $\operatorname{arccot} x$ ou $\cot^{-1} x$ est utilisé
1.56	$\operatorname{arcsec} x$	arc sécante $x$	Parfois appelé $\sec^{-1} x$
1.57	$\operatorname{arccosec} x$	arc cosécante $x$	Parfois appelé $\operatorname{cosec}^{-1} x$ La notation $\sin^{-1} x$ etc. provient de ce que ces fonctions sont les inverses des fonctions circulaires; néanmoins, en général $\sin^n x = (\sin x)^n$ , etc.
1.58	$\sinh x$	sinus hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{sh} x$ est utilisé
1.59	$\cosh x$	cosinus hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{ch} x$ est utilisé
1.60	$\tanh x$	tangente hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{th} x$ est utilisé
1.61	$\operatorname{coth} x$	cotangente hyperbolique $x$	
1.62	$\operatorname{sech} x$	sécante hyperbolique $x$	
1.63	$\operatorname{cosech} x$	cosécante hyperbolique $x$	Les fonctions 1.58 à 1.63 sont dénommées fonctions hyperboliques. Voir aussi la remarque qui suit 1.69
1.64	$\operatorname{arsinh} x$	argument sinus hyperbolique $x$	Parfois $\sinh^{-1} x$ ou $\operatorname{arg} \operatorname{sh} x$ est utilisé
1.65	$\operatorname{arcosh} x$	argument cosinus hyperbolique $x$	Parfois $\cosh^{-1} x$ ou $\operatorname{arg} \operatorname{ch} x$ est utilisé
1.66	$\operatorname{artanh} x$	argument tangente hyperbolique $x$	Parfois $\tanh^{-1} x$ ou $\operatorname{arg} \operatorname{th} x$ est utilisé
1.67	$\operatorname{arcoth} x$	argument cotangente hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{coth}^{-1} x$ ou $\operatorname{arg} \operatorname{coth} x$ est utilisé
1.68	$\operatorname{arsech} x$	argument sécante hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{sech}^{-1} x$ est utilisé
1.69	$\operatorname{arcosech} x$	argument cosécante hyperbolique $x$	Parfois $\operatorname{cosech}^{-1} x$ est utilisé La notation $\sinh^{-1} x$ etc. provient de ce que ces fonctions sont les inverses des fonctions hyperboliques, néanmoins, en général $\sinh^n x = (\sinh x)^n$ , etc.

## 2. Arithmétique, algèbre et analyse des grandeurs scalaires complexes (en supplément des signes et symboles spécifiés en 1.)

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
2.1	$i, j$	unité imaginaire, $i^2 = -1$	En électrotechnique $j$ est employé
2.2	$\operatorname{Re} z$	partie réelle de $z$	$z = \operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z$
2.3	$\operatorname{Im} z$	partie imaginaire de $z$	
2.4	$ z $	module de $z$	$z =  z  e^{i \operatorname{arg} z}$
2.5	$\operatorname{arg} z$	argument de $z$	arc $z$ est aussi utilisé $\operatorname{arg} i = \pi/2$
2.6	$z^*$	conjugué de $z$ , complexe conjugué de $z$	$zz^* =  z ^2$ Parfois $z$ est utilisé au lieu de $z^*$ ; voir N° 1.24

## 3. Matrices

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
3.1	$\tilde{A}$	matrice transposée de la matrice $A$	$\tilde{A}$ est obtenu en interchangeant les lignes et les colonnes de $A$
3.2	$A^*$	matrice conjuguée de la matrice $A$ , matrice complexe conjuguée de la matrice $A$	Chaque élément de $A^*$ est le complexe conjugué de l'élément correspondant de $A$
3.3	$A^\dagger$	matrice associée de la matrice $A$	$A^\dagger = \tilde{A}^*$ Parfois appelée matrice conjuguée hermitienne de la matrice $A$

## 4. Algèbre et analyse de vecteurs et d'autres tenseurs

N°	Signe ou symbole	Sens	Remarques
4.1	$\mathbf{A}, \mathbf{a}$	vecteur	On emploie aussi $\vec{A}$ ou $\mathfrak{A}$
4.2	$ \mathbf{A} , A$	module du vecteur	
4.3	$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$	produit scalaire	
4.4	$\mathbf{A} \times \mathbf{B}, \mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$	produit vectoriel	
4.5	$\nabla$	vecteur opérateur différentiel	Ce signe est nommé nabla; on emploie aussi $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$
4.6	$\nabla \varphi, \operatorname{grad} \varphi$	gradient de $\varphi$	On emploie aussi <b>grad</b> $\varphi$
4.7	$\nabla \cdot \mathbf{A}, \operatorname{div} \mathbf{A}$	divergence de $\mathbf{A}$	
4.8	$\nabla \times \mathbf{A}, \nabla \wedge \mathbf{A},$ $\operatorname{curl} \mathbf{A}, \operatorname{rot} \mathbf{A}$	rotationnel de $\mathbf{A}$	On emploie aussi <b>curl</b> $\mathbf{A}$ et <b>rot</b> $\mathbf{A}$
4.9	$\nabla^2 \varphi, \Delta \varphi$	laplacien de $\varphi$	
4.10	Quand des tenseurs de valence 2 sont représentés par des lettres simples, des caractères bâton peuvent être réservés pour cet usage: $\mathbf{A}, \mathbf{B}$		
4.11	Les tenseurs de toute valence peuvent être représentés par des lettres affectées d'indices. Exemples: $g_{ik}, g_i^k, g^{ik}$		

