

NORME ISO  
INTERNATIONALE 10110-12

Troisième édition  
2019-11

---

---

**Optique et photonique — Préparation  
des dessins pour éléments et systèmes  
optiques —**

**Partie 12:  
Surfaces asphériques**

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
*Optics and photonics — Preparation of drawings for optical elements  
and systems —  
(standards.iteh.ai)  
Part 12: Aspheric surfaces*

ISO 10110-12:2019

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019>



Numéro de référence  
ISO 10110-12:2019(F)

© ISO 2019

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
**(standards.iteh.ai)**

ISO 10110-12:2019  
<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019>



**DOCUMENT PROTÉGÉ PAR COPYRIGHT**

© ISO 2019

Tous droits réservés. Sauf prescription différente ou nécessité dans le contexte de sa mise en œuvre, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, ou la diffusion sur l'internet ou sur un intranet, sans autorisation écrite préalable. Une autorisation peut être demandée à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office  
Case postale 401 • Ch. de Blandonnet 8  
CH-1214 Vernier, Genève  
Tél.: +41 22 749 01 11  
Fax: +41 22 749 09 47  
E-mail: [copyright@iso.org](mailto:copyright@iso.org)  
Web: [www.iso.org](http://www.iso.org)

Publié en Suisse

## Sommaire

Page

Avant-propos.....	iv
<b>1</b> <b>Domaine d'application</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b> <b>Références normatives</b> .....	<b>1</b>
<b>3</b> <b>Termes et définitions</b> .....	<b>1</b>
<b>4</b> <b>Description mathématique des surfaces asphériques</b> .....	<b>2</b>
4.1    Système de coordonnées.....	2
4.2    Signes conventionnels.....	2
4.3    Descriptions des surfaces.....	3
4.3.1    Généralités.....	3
4.3.2    Description de surface — Invariante en rotation ( $h^2 = x^2 + y^2$ ).....	3
4.3.3    Description de surface — Variante en rotation.....	7
<b>5</b> <b>Indications sur les dessins</b> .....	<b>10</b>
5.1    Indication de la surface théorique.....	10
5.2    Indication de la tolérance de forme de la surface.....	11
5.3    Indication des tolérances de centrage.....	11
5.4    Indication de l'imperfection de surface et des tolérances de l'état de surface.....	11
<b>6</b> <b>Exemples</b> .....	<b>11</b>
6.1    Pièces avec des surfaces invariantes en rotation.....	11
6.2    Pièces avec des surfaces variantes en rotation.....	17
<b>Annexe A</b> (informative) <b>Résumé des types de surfaces asphériques</b> .....	<b>19</b>
<b>Annexe B</b> (informative) <b>Description de surfaces asphériques orthonormales en pente</b> .....	<b>22</b>
<b>Annexe C</b> (informative) <b>Description de surfaces asphériques orthonormales en amplitude</b> .....	<b>24</b>
<b>Bibliographie</b> ..... <a href="https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019">https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019</a>	<b>26</b>

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (IEC) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les procédures utilisées pour élaborer le présent document et celles destinées à sa mise à jour sont décrites dans les Directives ISO/IEC, Partie 1. Il convient, en particulier de prendre note des différents critères d'approbation requis pour les différents types de documents ISO. Le présent document a été rédigé conformément aux règles de rédaction données dans les Directives ISO/IEC, Partie 2 (voir [www.iso.org/directives](http://www.iso.org/directives)).

L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence. Les détails concernant les références aux droits de propriété intellectuelle ou autres droits analogues identifiés lors de l'élaboration du document sont indiqués dans l'Introduction et/ou dans la liste des déclarations de brevets reçues par l'ISO (voir [www.iso.org/brevets](http://www.iso.org/brevets)).

Les appellations commerciales éventuellement mentionnées dans le présent document sont données pour information, par souci de commodité, à l'intention des utilisateurs et ne sauraient constituer un engagement.

Pour une explication de la nature volontaire des normes, la signification des termes et expressions spécifiques de l'ISO liés à l'évaluation de la conformité, ou pour toute information au sujet de l'adhésion de l'ISO aux principes de l'Organisation mondiale du commerce (OMC) concernant les obstacles techniques au commerce (OTC), voir le lien suivant: [www.iso.org/iso/fr/avant-propos.html](http://www.iso.org/iso/fr/avant-propos.html).

Le présent document a été élaboré par le Comité Technique ISO/TC 172, *Optique et photonique*, Sous-comité SC 1, *Normes fondamentales*.

Cette troisième édition annule et remplace la deuxième édition (ISO 10110-12:2007), qui a fait l'objet d'une révision technique. Elle intègre également l'amendement ISO 10110-12:2007/Amd.1:2013.

Les principales modifications par rapport à l'édition précédente sont les suivantes:

- a) Le document a été mis à jour pour refléter les tolérances de forme de la surface décrites dans l'ISO 10110-5.
- b) La référence à la nouvelle partie ISO 10110-19 a été ajoutée.
- c) Le document a fait l'objet d'une restructuration.
- d) Quelques descriptions de surface ont été ajoutées.

Une liste de toutes les parties de la série ISO 10110 se trouve sur le site Web de l'ISO.

Il convient que l'utilisateur adresse tout retour d'information ou toute question concernant le présent document à l'organisme national de normalisation de son pays. Une liste exhaustive desdits organismes se trouve à l'adresse [www.iso.org/fr/members.html](http://www.iso.org/fr/members.html).

# Optique et photonique — Préparation des dessins pour éléments et systèmes optiques —

## Partie 12: Surfaces asphériques

### 1 Domaine d'application

Le présent document spécifie les règles de présentation des surfaces asphériques et des surfaces de faible symétrie, telles que cylindres et toroïdes de la série ISO 10110, qui normalise les indications des éléments et systèmes optiques sur les dessins. Il spécifie en outre les signes conventionnels et les systèmes de coordonnées.

Le présent document ne s'applique pas aux surfaces asphériques désaxées et aux surfaces discontinues comme les surfaces de Fresnel ou les réseaux de diffraction.

NOTE Pour les surfaces asphériques désaxées et non symétriques, voir l'ISO 10110-19.

Le présent document ne spécifie pas la méthode selon laquelle la conformité aux spécifications est évaluée.

### 2 Références normatives

Les documents suivants sont cités dans le texte de sorte qu'ils constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 1101:2017, *Spécification géométrique des produits (GPS) — Tolérancement géométrique — Tolérancement de forme, orientation, position et battement*

ISO 10110-1, *Optique et photonique — Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques — Partie 1: Généralités*

ISO 10110-5, *Optique et photonique — Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques — Partie 5: Tolérances de forme de surface*

ISO 10110-6, *Optique et photonique — Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques — Partie 6: Tolérances de centrage*

ISO 10110-7, *Optique et photonique — Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques — Partie 7: Imperfections de surface*

ISO 10110-8, *Optique et photonique — Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques — Partie 8: État de surface*

### 3 Termes et définitions

Aucun terme n'est défini dans le présent document.

L'ISO et l'IEC tiennent à jour des bases de données terminologiques destinées à être utilisées en normalisation, consultables aux adresses suivantes:

— ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <http://www.iso.org/obp>

— IEC Electropedia: disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org/>

## 4 Description mathématique des surfaces asphériques

### 4.1 Système de coordonnées

Les surfaces asphériques sont représentées dans un système de coordonnées orthogonales dans lequel l'axe Z est l'axe optique.

Sauf spécification contraire, l'axe Z se trouve dans le plan du dessin et va de la gauche vers la droite. Si une seule coupe transversale est représentée, l'axe Y se trouve dans le plan du dessin et est orienté vers le haut.

L'origine du système de coordonnées est le sommet de la surface asphérique (voir [Figure 1](#)).

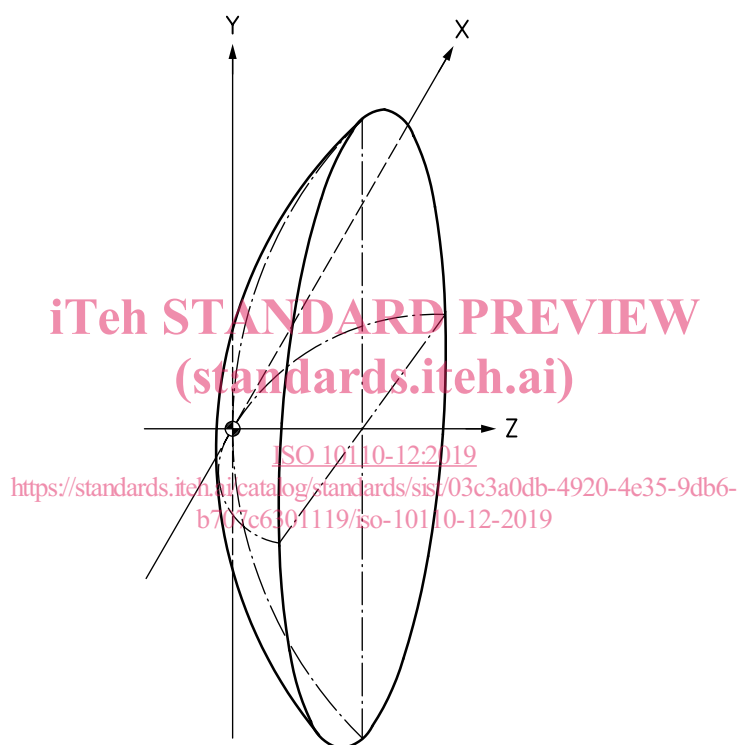


Figure 1 — Système de coordonnées

### 4.2 Signes conventionnels

Comme indiqué plus loin dans le présent document, les divers types de surfaces asphériques sont représentés par des formules mathématiques. Les dessins spécifient la formule choisie ainsi que les constantes et les coefficients correspondants. Pour obtenir sur les surfaces des indications non ambiguës, des signes conventionnels doivent être affectés à ces constantes et à ces coefficients.

Le signe du rayon de courbure est positif si le centre de la courbure se trouve à droite du sommet et négatif si le centre de la courbure se trouve à gauche du sommet.

La flèche d'un point de la surface asphérique est positive si le point se trouve à droite du sommet (plan XY) et négative s'il se trouve à gauche du sommet (plan XY).

NOTE 1 Dans ce cas, « gauche » et « droite » supposent que Z augmente de gauche à droite. Lorsque l'axe Z est inversé suite à une réflexion (une rotation de 180° autour de l'axe Y), la convention de signe pour le rayon et l'axe sagittal est également inversée. Cette question est examinée en détail en [4.3](#).

NOTE 2 Il s'agit du signe conventionnel par défaut, en prenant pour hypothèse qu'aucun système de coordonnées conformément à l'ISO 10110-1:2019, 5.3 n'a été défini pour la surface considérée. Voir l'ISO 10110-1 pour plus d'informations sur la définition des systèmes de coordonnées locaux.

## 4.3 Descriptions des surfaces

### 4.3.1 Généralités

L'expression « surfaces asphériques » est communément utilisée dans le domaine optique pour décrire des surfaces invariantes en rotation telles que celles présentées ci-dessous en 4.3.2. Les descriptions de surface pour des surfaces qui ne sont pas invariantes en rotation telles que les surfaces cylindriques sont données en 4.3.3. Les surfaces optiques plus complexes peuvent être décrites à l'aide des méthodes données dans l'ISO 10110-19.

### 4.3.2 Description de surface — Invariante en rotation ( $h^2 = x^2 + y^2$ )

#### 4.3.2.1 Surface asphérique décrite par une section conique et une série de puissances

La description d'une surface asphérique se compose d'une partie conique et d'une série de puissances où l'axe de rotation est l'axe Z.

$$z(h) = \frac{h^2}{R \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \left( \frac{h}{R} \right)^2} \right]} + \sum_{i=2}^n A_{2i} h^{2i} \quad (1)$$

où

- $z$  est le point bas;
- $h$  est la hauteur de surface perpendiculaire à l'axe Z ( $h \geq 0$ );
- $R$  est le rayon de courbure de la sphère de base;
- $\kappa$  est la constante conique;
- $A_i$  est le coefficient asphérique.

Où la formule conique de base se comporte de la manière suivante:

- $\kappa < 0$  ellipse aplatie;
- $\kappa = 0$  cercle;
- $-1 < \kappa < 0$  ellipse allongée;
- $\kappa = -1$  parabole;
- $\kappa < -1$  hyperbole.

NOTE 1 La formule du second ordre peut également être utilisée sans la série de puissances.

NOTE 2 En trois dimensions, les formes de formules coniques sont appelées ellipsoïdes, sphères, paraboloides et hyperboloïdes.

Pour un exemple de dessin, voir la [Figure 4](#).

La [Formule \(2\)](#) fournit une version plus étendue avec la série de puissances complète de cette description.

$$z(h) = \frac{h^2}{R \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \left( \frac{h}{R} \right)^2} \right]} + \sum_{i=1}^n A_i h^i \tag{2}$$

Dans une version particulière, cette formule décrit un axicon:

$$z(h) = A_1 h \tag{3}$$

Il convient de vérifier que les signes des équations  $z(h)$  nommées par la série de puissance sont conformes aux conventions définies en [4.1](#) et en [4.2](#).

Dans le cas où le sens de l'axe Z est inversé, mais où la lentille reste inchangée, les signes du rayon de courbure et celui des coefficients asphériques doivent être changés. Le signe des constantes coniques demeure inchangé.

### 4.3.2.2 Surface asphérique décrite par une section conique et des polynômes orthogonaux

#### 4.3.2.2.1 Surfaces asphériques orthonormales en pente avec base sphérique

Une surface d'ordre supérieur peut également être générée en associant une surface sphérique à un polynôme du type suivant, avec des dérivées orthonormales.

$$z(h) = \frac{h^2}{R \left[ 1 + \sqrt{1 - w^2} \right]} + \frac{w^2 \left[ 1 - w^2 \right]}{\sqrt{1 - w^2}} \sum_{m=0}^n B_m Q_m^{\text{bfs}}(w^2) \tag{4}$$

où

$R$  est le rayon de courbure de la sphère de base;

$h$  est la hauteur de surface;

$h_0$  marque la limite supérieure de  $h$ ; et

$w$  (hauteur de surface normalisée) est défini comme  $w = \frac{h}{h_0}$ ;

$B_m$  sont les coefficients; et

$Q_m^{\text{bfs}}$  sont les termes polynomiaux.

La description de  $z$  est valable uniquement pour  $0 \leq h \leq h_0$ . La formule pour les termes polynomiaux est

$$Q_{m+1}^{\text{bfs}}(w^2) = \left[ P_{m+1}(w^2) - g_m Q_m^{\text{bfs}}(w^2) - k_{m-1} Q_{m-1}^{\text{bfs}}(w^2) \right] / l_{m+1} \tag{5}$$

commençant par

$$Q_0^{\text{bfs}}(w^2) = 1 \tag{6}$$

$$Q_1^{\text{bfs}}(w^2) = \frac{1}{\sqrt{19}} (13 - 16w^2) \tag{7}$$



$$Q_2^{\text{bfs}}(w^2) = \sqrt{\frac{2}{95}} \left[ 29 - 4w^2(25 - 19w^2) \right] \quad (8)$$

$$P_{m+1}(w^2) = (2 - 4w^2)P_m(w^2) - P_{m-1}(w^2) \quad (9)$$

commençant par

$$P_0(w^2) = 2 \quad (10)$$

$$P_1(w^2) = 6 - 8w^2 \quad (11)$$

Ces polynômes auxiliaires doivent être résolus dans l'ordre donné ci-dessous et sont valables pour  $m \geq 2$

$$k_{m-2} = -m(m-1)/2l_{m-2} \quad (12)$$

$$g_{m-1} = -(1 + g_{m-2}k_{m-2})/l_{m-1} \quad (13)$$

$$l_m = \left[ m(m+1) + 3 - g_{m-1}^2 - k_{m-2}^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

commençant par

$$g_0 = -\frac{1}{2} \quad (15)$$

$$l_0 = 2 \quad (16)$$

$$l_1 = \frac{1}{2} \sqrt{19} \quad (17)$$

**iTeh STANDARD PREVIEW**  
(standards.iteh.ai)

[ISO 10110-12:2019](#)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019>

NOTE 1  $Q_2^{\text{bfs}}(w^2)$  est donné ci-dessus pour être utilisé pour vérifier l'algorithme de récursivité fourni dans les [Formules \(5\) à \(17\)](#). Voir aussi l'[Annexe B](#).

NOTE 2 « bfs » est l'abréviation anglaise de « best fit sphere » (meilleur assemblage sphérique), qui correspond à l'affaissement de la surface asphérique au sommet et à  $h_0$ .

Pour un exemple de dessin, voir la [Figure 5](#).

#### 4.3.2.2.2 Surfaces asphériques orthonormales en pente avec base conique

Il est également possible de générer une surface en associant une surface conique à un polynôme du même type, comme dans la [Formule \(4\)](#). Ce type représente également un ensemble orthonormal de polynômes.

$$z(h) = \frac{h^2}{R \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \left( \frac{h}{R} \right)^2} \right]} + \frac{w^2 [1 - w^2]}{\sqrt{1 - \left( \frac{h}{R} \right)^2}} \sum_{m=0}^n B_m Q_m^{\text{bfs}}(w^2) \quad (18)$$

où

$R$  est le rayon de courbure de la sphère de base;

$h$  est la hauteur de surface;

$h_0$  marque la limite supérieure de  $h$ ;

$w$  (hauteur de surface normalisée) est défini comme  $w = \frac{h}{h_0}$ ;

$\kappa$  est la constante conique;

$B_m$  sont les coefficients; et

$Q_m^{\text{bfs}}$  sont les termes polynomiaux.

**4.3.2.2.3 Surfaces asphériques orthonormales en amplitude**

Une surface d'ordre supérieur peut également être générée en associant une surface conique à un polynôme du type suivant, avec des amplitudes orthonormales.

$$z(h) = \frac{h^2}{R \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \left( \frac{h}{R} \right)^2} \right]} + w^4 \sum_{m=0}^n C_m Q_m^{\text{con}}(w^2) \tag{19}$$

où

ITeH STANDARD PREVIEW  
(standards.iteh.ai)

$R$  est le rayon de courbure de la sphère de base;

$h$  est la hauteur de surface;

$h_0$  marque la limite supérieure de  $h$ ; et

$w$  (hauteur de surface normalisée) est défini comme  $w = \frac{h}{h_0}$ ;

$\kappa$  est la constante conique; et

$C_m$  sont les coefficients;

$Q_m^{\text{con}}$  sont les termes polynomiaux.

La formule pour les termes polynomiaux est

$$Q_m^{\text{con}}(w^2) = T_m(2w^2 - 1) \tag{20}$$

commençant par

$$Q_0^{\text{con}}(w^2) = 1 \tag{21}$$

$$Q_1^{\text{con}}(w^2) = -(5 - 6w^2) \tag{22}$$

$$Q_2^{\text{con}}(w^2) = 15 - 14w^2(3 - 2w^2) \tag{23}$$

$$T_m(w^2) = \left[ (b(m) + c(m)w^2)T_{m-1}(w^2) - d(m)T_{m-2}(w^2) \right] / a(m) \quad (24)$$

commençant par

$$T_0(w^2) = 1 \quad (25)$$

$$T_1(w^2) = 3w^2 - 2 \quad (26)$$

Ces polynômes auxiliaires doivent être résolus dans l'ordre donné ci-dessous et sont valables pour  $m \geq 2$ .

$$a(m) = 2m(m+4)(2m+2) \quad (27)$$

$$b(m) = -32m - 48 \quad (28)$$

$$c(m) = (2m+2)(2m+3)(2m+4) \quad (29)$$

$$d(m) = 2(m-1)(m+3)(2m+4) \quad (30)$$

NOTE 1  $Q_0^{\text{con}}(w^2)$ ,  $Q_1^{\text{con}}(w^2)$  et  $Q_2^{\text{con}}(w^2)$  sont donnés ci-dessus pour être utilisés pour vérifier l'algorithme de récursivité fourni dans les Formules (20) à (30). Voir aussi l'Annexe C.

NOTE 2 La forme polynomiale donnée ici est identique à l'expansion polynomiale radiale de Zernike  $R_{2n}^q(w^2)$  de l'ordre  $q = 4$  corrélé à l'ISO/TR 14999-2 en tant que  $w^4 Q_m^{\text{con}}(w^2) = R_{2n}^4(w^2)$  avec  $n = m + 2$ , et  $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

NOTE 3 Au lieu d'utiliser l'algorithme de récursivité ci-dessus, pour les ordres inférieurs de  $m$  ( $m \leq 8$ ), les polynômes peuvent facilement être calculés en utilisant la formule

$$Q_m^{\text{con}}(w^2) = \sum_{s=0}^m (-1)^s \frac{(2m+4-s)!}{s!(m+4-s)!(m-s)!} w^{2(m-s)}.$$

Pour un exemple de dessin, voir la Figure 6.

### 4.3.3 Description de surface — Variante en rotation

#### 4.3.3.1 Formes quadratiques centrées

Dans le système de coordonnées donné en 4.1, les formules de surfaces du second ordre qui entrent dans le domaine d'application du présent document sont dérivées des formes canoniques

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \text{pour les formes quadratiques centrées} \quad (31)$$

où

$a, b$  sont des constantes réelles ou imaginaires;

$c$  est une constante réelle.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 2z = 0 \quad \text{pour les surfaces paraboliques} \quad (32)$$

où  $a, b$  sont des constantes réelles ou imaginaires et peuvent être écrites comme suit:

$$z = f(x, y) = \frac{\frac{x^2}{R_X} + \frac{y^2}{R_Y}}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa_X) \left(\frac{x}{R_X}\right)^2 - (1 + \kappa_Y) \left(\frac{y}{R_Y}\right)^2}} \quad (33)$$

où

$R_X$  est le rayon de courbure dans le plan XZ;

$R_Y$  est le rayon de courbure dans le plan YZ;

$\kappa_X, \kappa_Y$  sont des constantes coniques.

En utilisant les courbures  $C_X = 1/R_X$  et  $C_Y = 1/R_Y$  au lieu des rayons, on obtient:

$$z = f(x, y) = \frac{x^2 C_X + y^2 C_Y}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa_X) (x C_X)^2 - (1 + \kappa_Y) (y C_Y)^2}} \quad (34)$$

**iTeh STANDARD PREVIEW**

Si la surface définie par la [Formule \(33\)](#) ou [\(34\)](#) coupe le plan XZ ( $y = 0$ ) ou le plan YZ ( $x = 0$ ), alors, en fonction de la valeur de  $\kappa_Y$  (ou  $\kappa_X$ ), on obtient des lignes d'intersection transversale des types suivants:

- $\kappa > 0$  ellipse aplatie; [ISO 10110-12:2019](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019)
- $\kappa = 0$  cercle; <https://standards.iteh.ai/catalog/standards/sist/03c3a0db-4920-4e35-9db6-b707c6301119/iso-10110-12-2019>
- $-1 < \kappa < 0$  ellipse allongée;
- $\kappa = -1$  parabole;
- $\kappa < -1$  hyperbole.

**4.3.3.2 Cylindres**

Les [Formules \(35\)](#) et [\(36\)](#) décrivent un cylindre (du fait que  $\kappa_U$  ne présente pas nécessairement une section transversale circulaire). Pour  $u = x$ , la ligne de sommet du cylindre est parallèle à l'axe Y, qui est perpendiculaire à l'axe XZ. Pour  $u = y$ , la ligne de sommet du cylindre est parallèle à l'axe X, qui est perpendiculaire à l'axe YZ.

Avec les rayons:

Pour  $R_X = \infty$  ou  $R_Y = \infty$  la [Formule \(33\)](#) donne

$$z = f(u) = \frac{u^2}{R_U \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa_U) \left(\frac{u}{R_U}\right)^2} \right]} \quad (35)$$

Avec les courbures: