



**Norme  
internationale**

**ISO 7870-6**

**Cartes de contrôle —**

Partie 6:

**Cartes de contrôle EWMA pour la  
moyenne d'un processus**

*Control charts —*

*Part 6: EWMA control charts for the process mean*

**Deuxième édition  
2024-07**

**iteh Standards**  
**(<https://standards.iteh.ai>)**  
**Document Preview**

[ISO 7870-6:2024](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/707e7386-fd15-4b8d-89d8-072023dc3608/iso-7870-6-2024)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/707e7386-fd15-4b8d-89d8-072023dc3608/iso-7870-6-2024>

iTeh Standards  
(<https://standards.iteh.ai>)  
Document Preview

[ISO 7870-6:2024](https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/707e7386-fd15-4b8d-89d8-072023dc3608/iso-7870-6-2024)

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/707e7386-fd15-4b8d-89d8-072023dc3608/iso-7870-6-2024>



**DOCUMENT PROTÉGÉ PAR COPYRIGHT**

© ISO 2024

Tous droits réservés. Sauf prescription différente ou nécessité dans le contexte de sa mise en œuvre, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, ou la diffusion sur l'internet ou sur un intranet, sans autorisation écrite préalable. Une autorisation peut être demandée à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office  
Case postale 401 • Ch. de Blandonnet 8  
CH-1214 Vernier, Genève  
Tél.: +41 22 749 01 11  
E-mail: [copyright@iso.org](mailto:copyright@iso.org)  
Web: [www.iso.org](http://www.iso.org)

Publié en Suisse

# Sommaire

Page

<b>Avant-propos</b> .....	<b>iv</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>v</b>
<b>1 Domaine d'application</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Références normatives</b> .....	<b>1</b>
<b>3 Termes et définitions</b> .....	<b>1</b>
<b>4 Symboles et termes abrégés</b> .....	<b>2</b>
<b>5 EWMA pour le contrôle par variables</b> .....	<b>3</b>
5.1 Généralités .....	3
5.2 Explications relatives à la moyenne pondérée .....	3
5.3 Limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA .....	5
5.4 Construction d'une carte de contrôle EWMA .....	6
5.5 Exemple .....	8
<b>6 Choix de la carte de contrôle</b> .....	<b>11</b>
6.1 Comparaison de la carte de contrôle de Shewhart et de la carte de contrôle EWMA .....	11
6.2 Période opérationnelle moyenne .....	11
6.3 Choix des paramètres de la carte de contrôle EWMA .....	12
6.3.1 Choix de $\lambda$ .....	12
6.3.2 Choix de $Lz$ .....	12
6.3.3 Calcul de $n$ .....	13
6.3.4 Exemple .....	14
<b>7 Procédure de mise en œuvre de la carte de contrôle EWMA</b> .....	<b>14</b>
<b>8 Sensibilité de la carte EWMA en cas de non-normalité</b> .....	<b>14</b>
<b>9 Avantages et limitations</b> .....	<b>14</b>
9.1 Avantages .....	14
9.2 Limitations .....	14
<b>Annexe A (informative) Application de la carte de contrôle EWMA</b> .....	<b>16</b>
<b>Annexe B (informative) Carte de contrôle EWMA pour une proportion d'unités non conformes</b> .....	<b>20</b>
<b>Annexe C (informative) Cartes de contrôle EWMA pour un nombre de non-conformités</b> .....	<b>22</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>24</b>

## Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (IEC) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les procédures utilisées pour élaborer le présent document et celles destinées à sa mise à jour sont décrites dans les Directives ISO/IEC, Partie 1. Il convient, en particulier, de prendre note des différents critères d'approbation requis pour les différents types de documents ISO. Le présent document a été rédigé conformément aux règles de rédaction données dans les Directives ISO/IEC, Partie 2 (voir [www.iso.org/directives](http://www.iso.org/directives)).

L'ISO attire l'attention sur le fait que la mise en application du présent document peut entraîner l'utilisation d'un ou de plusieurs brevets. L'ISO ne prend pas position quant à la preuve, à la validité et à l'applicabilité de tout droit de brevet revendiqué à cet égard. À la date de publication du présent document, l'ISO n'avait pas reçu notification qu'un ou plusieurs brevets pouvaient être nécessaires à sa mise en application. Toutefois, il y a lieu d'avertir les responsables de la mise en application du présent document que des informations plus récentes sont susceptibles de figurer dans la base de données de brevets, disponible à l'adresse [www.iso.org/brevets](http://www.iso.org/brevets). L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié tout ou partie de tels droits de brevet.

Les appellations commerciales éventuellement mentionnées dans le présent document sont données pour information, par souci de commodité, à l'intention des utilisateurs et ne sauraient constituer un engagement.

Pour une explication de la nature volontaire des normes, la signification des termes et expressions spécifiques de l'ISO liés à l'évaluation de la conformité, ou pour toute information au sujet de l'adhésion de l'ISO aux principes de l'Organisation mondiale du commerce (OMC) concernant les obstacles techniques au commerce (OTC), voir [www.iso.org/avant-propos](http://www.iso.org/avant-propos).

Le présent document a été élaboré par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 4, *Application de méthodes statistiques au management de produits et de processus*.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition (ISO 7870-6:2016), qui a fait l'objet d'une révision technique.

Une liste de toutes les parties de la série ISO 7870 se trouve sur le site web de l'ISO.

Il convient que l'utilisateur adresse tout retour d'information ou toute question concernant le présent document à l'organisme national de normalisation de son pays. Une liste exhaustive desdits organismes se trouve à l'adresse [www.iso.org/fr/members.html](http://www.iso.org/fr/members.html).

## Introduction

Les cartes de contrôle de Shewhart sont les méthodes statistiques de contrôle les plus répandues pour maîtriser un processus, mais elles mettent du temps à signaler des dérèglages de faible amplitude dans les paramètres de processus. La carte de contrôle à moyenne mobile pondérée exponentiellement<sup>[13]</sup> (EWMA) permet la détection plus rapide de dérives/dérèglages de petite et moyenne amplitude.

La carte de contrôle de Shewhart est simple à mettre en œuvre et elle détecte rapidement les dérèglages de grande amplitude. Elle est par contre assez peu efficace pour détecter les dérèglages de petite ou moyenne amplitude. Or il arrive assez souvent que le dérèglement du processus soit lent et progressif (cas des procédés continus en particulier); il faut détecter très tôt ce dérèglement pour réagir avant que le processus ne s'écarte fortement de sa valeur cible. Il y a deux possibilités pour améliorer l'efficacité de la carte de contrôle de Shewhart vis-à-vis des dérèglages de petite et moyenne amplitude.

- La plus simple, mais non la plus économique, consiste à augmenter l'effectif de l'échantillon. Ce n'est pas toujours possible, car le taux de production peut être trop faible et les essais peuvent prendre du temps ou être trop onéreux. Par conséquent, il n'est pas toujours possible de constituer des échantillons comprenant plus de 1 unité.
- La seconde possibilité est de tenir compte des résultats précédant le contrôle en cours pour tenter de déceler l'existence d'une dérive du processus de production. La carte de contrôle de Shewhart ne tient compte que des informations contenues dans l'observation du dernier échantillon et elle ignore toute information donnée par la séquence complète de points. Cette caractéristique fait que la carte de contrôle de Shewhart est relativement peu sensible à de faibles dérèglages du processus. Son efficacité peut être améliorée en prenant en compte les résultats antérieurs.

Lorsqu'on veut détecter des dérives lentes et progressives, il est préférable d'utiliser des cartes spécifiques qui tiennent compte des données antérieures et qui ont une bonne efficacité pour un coût de contrôle modéré. Deux alternatives très efficaces à la carte de contrôle de Shewhart dans de telles situations sont:

- a) la carte de contrôle des sommes cumulées (CUSUM). Cette carte est décrite dans l'ISO 7870-4. La carte de contrôle CUSUM réagit de manière plus sensible que la carte X-bar en cas de dérive/dérèglement de la valeur moyenne dans la plage de 0,5 sigma à 2 sigma. Si l'on reporte la somme cumulée des écarts des moyennes successives par rapport à une cible spécifiée, des dérèglages permanents, même mineurs, de la moyenne du processus finiront par conduire à une somme cumulée d'écarts quantifiable. Cette carte est donc particulièrement adaptée pour détecter de tels dérèglages permanents de petite amplitude pouvant ne pas être décelés par une carte X-bar;
- b) la carte de contrôle à moyenne mobile pondérée exponentiellement (EWMA), qui est traitée dans le présent document. Cette carte se présente comme la carte de contrôle de Shewhart; cependant, au lieu de placer sur la carte les moyennes successives des échantillons, on suit une moyenne pondérée de la moyenne du dernier échantillon et des moyennes des échantillons antérieurs.

Les cartes de contrôle EWMA sont généralement utilisées pour détecter des dérèglages de petite amplitude de la moyenne du processus. Elles détectent beaucoup plus rapidement des dérèglages allant de 0,5 sigma à 2 sigma. Elles mettent toutefois plus de temps à détecter les dérèglages importants de la moyenne du processus. Les cartes de contrôle EWMA peuvent aussi être conseillées lorsque les échantillons sont d'effectif  $n = 1$ .

L'utilisation conjointe d'une carte de contrôle EWMA avec une petite valeur du paramètre de lissage ( $\lambda$ ) et d'une carte de contrôle de Shewhart est recommandée comme moyen de garantir la détection rapide à la fois des dérèglages de petite et grande amplitude. La carte de contrôle EWMA considérée ici surveille uniquement la moyenne du processus; la surveillance de la variabilité du processus nécessite l'utilisation d'autres techniques, notamment des cartes de contrôle EWMA spéciales.

Les valeurs indiquées dans tous les tableaux et figures ont été calculées à l'aide du package R de MSP (Knoth 2022), qui utilise l'algorithme proposé par Crowder (1987).

Le fichier R contenant les calculs peut être téléchargé à l'adresse <https://standards.iso.org/iso/7870/-6/ed-2/en>.



# Cartes de contrôle —

## Partie 6:

# Cartes de contrôle EWMA pour la moyenne d'un processus

## 1 Domaine d'application

Le présent document traite des cartes de contrôle EWMA, proposées à l'origine par Roberts (1959)<sup>[16]</sup>, comme technique de maîtrise statistique des procédés permettant de détecter des dérives/dérèglages de petite amplitude dans la moyenne du processus. Elle permet de détecter plus rapidement des dérèglages de petite et moyenne amplitude dans la moyenne du processus. Dans cette carte, la moyenne du processus est évaluée en termes de moyenne mobile pondérée exponentiellement de toutes les observations antérieures ou des moyennes antérieures.

L'application de la carte de contrôle EWMA est utile, en particulier quand:

- le taux de production est lent;
- il est vital de détecter un décentrage faible ou moyen de la moyenne;
- le mode opératoire d'échantillonnage et de contrôle est complexe et laborieux;
- les essais sont onéreux; et
- il y a des risques pour la sécurité.

NOTE Les cartes de contrôle EWMA sont applicables à la fois pour des contrôles par mesures et par attributs. Les exemples fournis illustrent les deux types (voir 5.5, l'Annexe A, l'Annexe B et l'Annexe C).

ISO 7870-6:2024

<https://standards.iteh.ai/catalog/standards/iso/707e7386-fd15-4b8d-89d8-072023dc3608/iso-7870-6-2024>

## 2 Références normatives

Les documents suivants cités dans le texte constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 3534-2, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Statistique appliquée*

## 3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et les définitions donnés dans l'ISO 3534-2 s'appliquent.

L'ISO et l'IEC tiennent à jour des bases de données terminologiques destinées à être utilisées en normalisation, consultables aux adresses suivantes:

- ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <https://www.iso.org/obp>
- IEC Electropedia: disponible à l'adresse <https://www.electropedia.org/>

### 3.1

#### période opérationnelle

nombre d'échantillons prélevés jusqu'à l'apparition d'un signal

3.2

**période opérationnelle moyenne**

**POM**

espérance mathématique de la période opérationnelle

3.3

**période opérationnelle maximale**

**POMAX**

fractile à 95 % de la période opérationnelle

**4 Symboles et termes abrégés**

$\mu_0$	Valeur cible pour la moyenne du processus
$U_\mu, L_\mu$	Valeur refusable supérieure de la moyenne, valeur refusable inférieure de la moyenne
$\bar{x}_i$	Moyenne de l'échantillon $i$
$R_i$	Étendue de l'échantillon $i$
$n$	Nombre d'unités dans un échantillon (effectif des échantillons)
$z_i$	Valeur EWMA de l'échantillon $i$
$z_0$	Valeur initiale de la série EWMA $\{z_i\}$
$\lambda$	Paramètre de lissage
$L_z$	Facteur pour établir la limite de contrôle pour $z_i$
$s$	Estimation de l'écart-type $\sigma$
$\sigma$	Écart-type de la distribution de $X$ (variable aléatoire à surveiller)
$\sigma_0$	Écart-type d'un processus maîtrisé
$\sigma_{\bar{x}}$	Écart-type des moyennes de $n$ observations individuelles $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$
$\sigma_z$	Écart-type de $z_i$ quand $i$ tend vers l'infini
$\delta$	Décentrage de la moyenne par rapport à la valeur cible $\mu_0$ , exprimé en nombre d'écart-types
$\delta_1$	Décentrage maximal acceptable de la moyenne par rapport à $\mu_0$ , exprimé en nombre d'écart-types
$p$	Proportion d'unités non conformes dans le processus
$p_0$	Valeur cible de la proportion d'unités non conformes dans le processus
$p_1$	Valeur refusable supérieure de la proportion d'unités non conformes
$p_i$	Proportion d'unités non conformes dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
$c$	Nombre moyen de non-conformités
$c_0$	Valeur cible du nombre moyen de non-conformités
$c_1$	Moyenne refusable de non-conformités

$c_i$	Nombre de non-conformités dans le $i^{\text{ème}}$ échantillon
$U_{CL}$	Limite de contrôle supérieure
$L_{CL}$	Limite de contrôle inférieure
CL	Ligne centrale
POM	Période opérationnelle moyenne
$POM_0$	Période opérationnelle moyenne du processus maîtrisé
$POM_1$	Période opérationnelle moyenne du processus dérégulé
POMAX	Période opérationnelle maximale

## 5 EWMA pour le contrôle par variables

### 5.1 Généralités

Une carte de contrôle EWMA reporte les moyennes mobiles pondérées exponentiellement des données passées et présentes, et attribue aux valeurs moyennées des pondérations qui diminuent exponentiellement du présent au passé; voir la [Figure 1](#). Par conséquent, les valeurs moyennes sont davantage influencées par la performance récente du processus. La moyenne mobile pondérée exponentiellement est définie par la [Formule \(1\)](#):

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \quad (1)$$

où  $0 < \lambda \leq 1$  est une constante et la valeur de départ (requis pour le premier échantillon à  $i = 1$ ) est la cible du processus, de sorte que  $z_0 = \mu_0$ .

NOTE 1 Quand la carte de contrôle EWMA est utilisée avec des échantillons d'effectif  $n > 1$ ,  $x_i$  est simplement remplacé par  $\bar{x}_i$ .

NOTE 2  $\mu_0$  peut être estimé par la moyenne des données préliminaires.

La carte de contrôle EWMA devient une carte  $\bar{X}$  quand  $\lambda = 1$ .

### 5.2 Explications relatives à la moyenne pondérée

Pour démontrer que  $z_i$  est une moyenne pondérée de toutes les observations antérieures ou des moyennes antérieures, remplacer  $z_{i-1}$  dans la partie droite de la [Formule \(1\)](#) en [5.1](#) pour obtenir la [Formule \(2\)](#):

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1 - \lambda) [\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda) z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda (1 - \lambda) x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 z_{i-2} \end{aligned} \quad (2)$$

En continuant à remplacer de manière récursive  $z_{i-j}$ , avec  $j = 2, 3, \dots$ , on obtient la [Formule \(3\)](#):

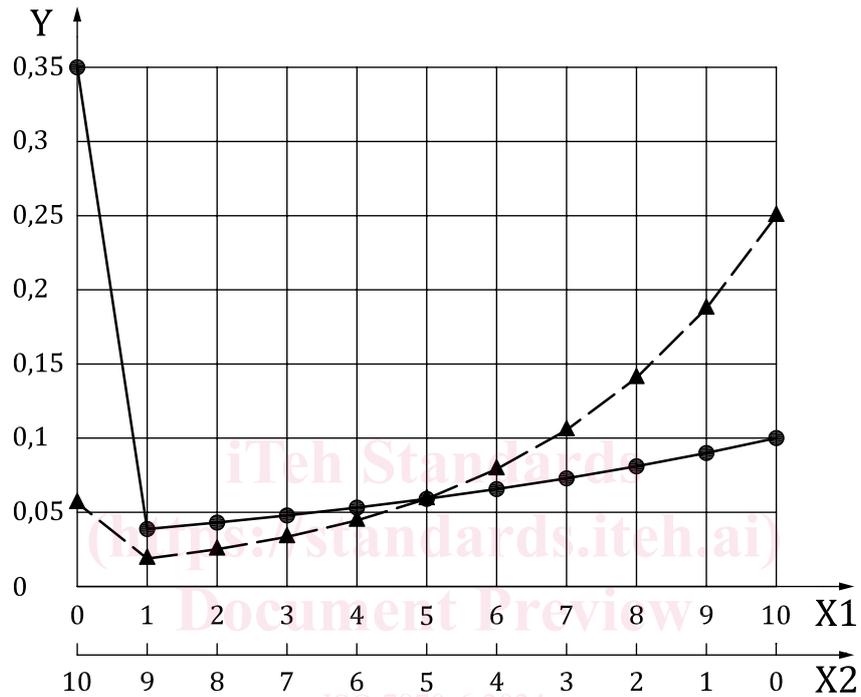
$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i z_0 \quad (3)$$

pour  $i = 1$ ,  $z_1 = \lambda x_1 + (1 - \lambda) \mu_0$ .

Les pondérations  $\lambda(1 - \lambda)^j$  diminuent selon une progression géométrique en fonction de l'âge de l'observation ou de la moyenne. En outre, la somme des pondérations converge vers 1:

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j + (1-\lambda)^i = \lambda \left[ \frac{1-(1-\lambda)^i}{1-(1-\lambda)} \right] + (1-\lambda)^i = 1 \quad (4)$$

Si  $\lambda = 0,25$ , alors la pondération attribuée à la moyenne de l'échantillon actuel est de 0,25 et les pondérations attribuées aux moyennes antérieures sont de 0,187 5; 0,140 6; 0,105 5 et ainsi de suite. Ces pondérations sont représentées à la [Figure 1](#). Comme ces pondérations diminuent selon une progression géométrique, la valeur EWMA est parfois appelée moyenne mobile géométrique (GMA), qui est le nom d'origine de la carte de contrôle[16].



**Légende**

- X1 numéro de l'échantillon
- X2 âge de l'observation ou de la moyenne
- Y pondérations  $\lambda(1 - \lambda)^{10 - X1}$
- $\lambda = 0,1$
- ▲--  $\lambda = 0,25$

**Figure 1 — Pondérations des 10 moyennes après avoir incorporé l'échantillon 10**

Étant donné que la valeur EWMA est une moyenne pondérée de toutes les observations présentes et passées, elle est très peu sensible à l'hypothèse de normalité. C'est donc une carte de contrôle idéale pour des observations individuelles.

### 5.3 Limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA

Si les observations  $x_i$  sont des variables aléatoires indépendantes, avec une variance  $\sigma^2$ , alors la variance de  $z_i$  est représentée par la [Formule \(5\)](#):

$$\sigma_{z_i}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right] \quad (5)$$

La carte de contrôle EWMA pourrait donc être construite en traçant une courbe de  $z_i$  en fonction du numéro de l'échantillon  $i$  (ou en fonction du temps). La ligne centrale et les limites de contrôle de la carte de contrôle EWMA sont les suivantes:

ligne centrale =  $\mu_0$ :

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (6)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[ 1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (7)$$

Le facteur  $L_z$  fait référence à la distance des limites de contrôle à la ligne centrale et peut être obtenu en fixant une valeur appropriée pour la POM (période opérationnelle moyenne) sous contrôle. On sait que la carte de contrôle de Shewhart avec des limites à 3 sigma présente une POM sous contrôle de 370,4. Pour obtenir la même valeur pour une carte de contrôle EWMA avec des limites de contrôle [voir la [Formule \(6\)](#) et la [Formule \(7\)](#)], on choisit le facteur  $L_z = 2,715$  et  $2,864$  pour  $\lambda = 0,1$  et  $0,2$ , respectivement. Pour les autres choix de  $\lambda$ , voir le [Tableau 4](#). Notons que le fait d'utiliser simplement le facteur 3 de Shewhart (ou d'autres valeurs) fournit une approche rapide et grossière pour fixer les limites de contrôle EWMA avec une performance de détection généralement meilleure que celle de l'ancienne carte de contrôle de Shewhart.

Aucune action correctrice n'est effectuée tant que  $z_i$  est situé entre ces limites et l'on décide que le processus est non maîtrisé dès que  $z_i$  sort de ces limites. Dans ce cas, une analyse est lancée pour identifier la cause assignable, et le processus peut être arrêté ou ajusté. Dans ce dernier cas, on reprend la carte de contrôle EWMA après l'avoir réinitialisée, c'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des résultats obtenus avant ce réglage. On prend  $z_0$  comme valeur initiale.

Le terme  $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$  tend vers 1 au fur et à mesure que  $i$  augmente. Cela signifie qu'une fois que la carte de contrôle EWMA a été utilisée sur plusieurs périodes de temps, les limites de contrôle sont proches des valeurs en régime stationnaire données par la [Formule \(8\)](#) et la [Formule \(9\)](#):

ligne centrale =  $\mu_0$ :

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad (8)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad (9)$$

Il est toutefois vivement recommandé d'utiliser les limites de contrôle exactes. Cela améliorera nettement la performance de la carte de contrôle en matière de détection des processus hors cible immédiatement après le démarrage de la carte de contrôle EWMA.

NOTE Pour des raisons pratiques, l'estimation de  $\sigma$  par  $s$  est calculée à partir des données.