INTERNATIONAL STANDARD
NORME INTERNATIONALE

ISO 3534

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION •МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ•ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION

Statistics — Vocabulary and symbols

First edition — 1977-07-01

Statistique — Vocabulaire et symboles

Première édition — 1977-07-01

UDC/CDU 311 : 519 : 001.4 **Ref. No./Réf. nº : ISO 3534-1977 (E/F)**

Descriptors : statistics, probability theory, sampling, quality control, vocabulary, symbols/**Descripteurs :** statistique, calcul des probabilités, échantillonnage, contrôle de qualité, vocabulaire, symbole.

Price based on 47 pages/Prix basé sur 47 pages

FOREWORD

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards institutes (ISO member bodies). The work of developing International Standards is carried out through ISO technical committees. Every member body interested in a subject for which a technical committee has been set up has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work.

Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for approval before their acceptance as International Standards by the ISO Council.

International Standard ISO 3534 was developed by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*. It results from the merging into one single document of draft International Standards ISO/DIS 3534 and 3725, which were circulated to the member bodies in February 1975 and April 1975 respectively.

ISO/DIS 3534 has been approved by the member bodies of the following countries :

Australia	Germany	Romania
Austria	Hungary	South Africa, Rep. of
Belgium	India	Spain
Brazil	Israel	Sweden
Bulgaria	Mexico	Switzerland
Canada	Netherlands	Turkey
Chile	New Zealand	United Kingdom
Czechoslovakia	Poland	U.S.S.R.
France	Portugal	Yugoslavia

ISO/DIS 3725 has been approved by the member bodies of the following countries :

Australia	Hungary	South Africa, Rep. of
Belgium	Israel	Sweden
Brazil	Mexico	Switzerland
Canada	Netherlands	Turkey
Chile	New Zealand	United Kingdom
Czechoslovakia	Poland	U.S.S.R.
France	Portugal	Yugoslavia
Germany	Romania	

The member bodies of the following countries expressed disapproval of both documents on technical grounds :

Japan
U.S.A.

This International Standard cancels and replaces ISO/R 645-1967 and ISO/R 1786-1970.

Printed in Switzerland

AVANT-PROPOS

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique correspondant. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO, participent également aux travaux.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour approbation, avant leur acceptation comme Normes internationales par le Conseil de l'ISO.

La Norme internationale ISO 3534 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*. Elle résulte de la fusion en un seul document des projets de Normes internationales ISO/DIS 3534 et 3725, qui ont été soumis aux comités membres en février 1975 et en avril 1975 respectivement.

L'ISO/DIS 3534 a été approuvé par les comités membres des pays suivants :

Afrique du Sud, Rép. d'	Espagne	Portugal
Allemagne	France	Roumanie
Australie	Hongrie	Royaume-Uni
Autriche	Inde	Suède
Belgique	Israël	Suisse
Brésil	Mexique	Tchécoslovaquie
Bulgarie	Nouvelle-Zélande	Turquie
Canada	Pays-Bas	U.R.S.S.
Chili	Pologne	Yougoslavie

L'ISO/DIS 3725 a été approuvé par les comités membres des pays suivants :

Afrique du Sud, Rép. d'	Hongrie	Suède
Allemagne	Israël	Suisse
Australie	Mexique	Tchécoslovaquie
Belgique	Nouvelle-Zélande	Turquie
Brésil	Pays-Bas	Royaume-Uni
Canada	Pologne	U.R.S.S.
Chili	Portugal	Yougoslavie
France	Roumanie	

Les comités membres des pays suivants ont désapprouvé les deux documents pour des raisons techniques :

Japon
U.S.A.

La présente Norme internationale annule et remplace l'ISO/R 645-1967 et l'ISO/R 1786-1970.

CONTENTS

SOMMAIRE

Statistics – Vocabulary and symbols

Statistique – Vocabulaire et symboles

SCOPE AND FIELD OF APPLICATION

This International Standard gives definitions, in English and French, of statistical terms which may be used in the drafting of other International Standards. In addition, it defines symbols for a limited number of these terms.

The terms are classified under the following main headings :

1 Terms used in theory of probability

2 General statistical terms

3 General terms relating to methods of sampling

4 Terms relating to sampling inspection

OBJET ET DOMAINE D'APPLICATION

La présente Norme internationale donne les définitions, en anglais et en français, de termes statistiques susceptibles d'être utilisés dans la rédaction d'autres Normes internationales. En outre, elle définit un ensemble de symboles pour un nombre limité de ces termes.

Les termes sont classés sous les principales rubriques suivantes :

1 Termes utilisés en calcul des probabilités

2 Termes statistiques généraux

3 Termes généraux relatifs aux méthodes d'échantillonnage

4 Termes relatifs au contrôle par échantillonnage.

1 TERMS USED IN THEORY OF PROBABILITY

A great number of terms are given both in this clause and in the following clause ("General statistical terms"). Nevertheless, it seems useful to define them separately to draw attention of the reader to the fact that :

a) the terms in their probabilistic sense apply to principles, independent of any practical application;

b) the terms in their statistical sense apply to the observations to which they relate : these definitions are of a specifically operational character.

NOTE ON THE NOTION OF PROBABILITY

The concept of probability may be introduced in either of two forms, depending on whether it is intended to designate a degree of belief or whether it is considered as the limit value of a frequency. In both cases, its introduction requires that some precautions be taken which cannot be developed within the context of an International Standard and for which users should refer to specialized literature.

For practical reasons, however, it may be considered that, whenever the conditions of a test can be reproduced, the probability $Pr(\mathrm{E})$ of an event E occurring is the value around which the occurrence frequency of the latter oscillates and towards which it tends when the number of tests is indefinitely increased.

1.1 random variable; variate : A variable which may take any of the values of a specified set of values and with which is associated a probability distribution (see 1.2).

A random variable which may take only isolated values is said to be "discrete". A random variable which may take all the values of a finite or infinite interval is said to be "continuous".

1.2 probability distribution of a random variable : A function which determines the probability that a random variable takes any given value or belongs to a given set of values.

The probability on the whole interval of variation of the variate equals 1.

1.3 distribution function : A function giving, for every value x, the probability that the random variable X be less than or equal to x :

$$F(x) = Pr\,[X \leqslant x]$$

1.4 probability density function for a continuous random variable : The derivative (when it exists) of the distribution function.

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x}$$

NOTE — $f(x)\,\mathrm{d}x$ is the "probability element".

$$f(x)\,\mathrm{d}x = Pr\,[x < X < x + \mathrm{d}x]$$

1 TERMES UTILISÉS EN CALCUL DES PROBABILITÉS

De nombreux termes figurent à la fois dans ce chapitre et dans le chapitre suivant («Termes statistiques généraux»). Il a cependant paru utile de les définir séparément pour attirer l'attention du lecteur sur le fait :

a) que les termes probabilistes s'appliquent à des concepts, indépendamment de toute réalisation;

b) que les termes statistiques s'appliquent à des observations et aux calculs qui y sont relatifs : ces termes ont un caractère opérationnel que précise la définition.

NOTE SUR LA NOTION DE PROBABILITÉ

La notion de probabilité peut être introduite sous deux formes, soit qu'on veuille s'en servir pour désigner un degré de croyance, soit qu'on la considère comme la valeur limite d'une fréquence. Dans les deux cas, son introduction nécessite certaines précautions qui ne peuvent être développées dans le cadre d'une Norme Internationale et pour lesquelles il convient de se référer aux ouvrages spécialisés.

Pour les besoins de la pratique, on peut toutefois considérer que, dans la mesure où l'on est en état de reproduire les conditions d'un essai, la probabilité $Pr(\mathrm{E})$ d'un événement E susceptible de se produire est la valeur autour de laquelle sa fréquence d'apparition oscille et vers laquelle elle tend, lorsque le nombre d'essais augmente indéfiniment.

1.1 variable aléatoire : Variable pouvant prendre n'importe quelle valeur d'un ensemble déterminé de valeurs, et à laquelle est associée une loi de probabilité (voir 1.2).

Une variable aléatoire qui ne peut prendre que des valeurs isolées est dite «discrète». Une variable aléatoire qui peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle fini ou infini est dite «continue».

1.2 loi de probabilité d'une variable aléatoire : Fonction déterminant la probabilité qu'une variable aléatoire prenne une valeur donnée quelconque ou appartienne à un ensemble donné de valeurs.

La probabilité sur tout le domaine de variation de la variable est égale à l'unité.

1.3 fonction de répartition : Fonction donnant, pour toute valeur x, la probabilité que la variable aléatoire X soit inférieure ou égale à x :

$$F(x) = Pr\,[X \leqslant x]$$

1.4 densité de probabilité pour une variable aléatoire continue : Dérivée (lorsqu'elle existe) de la fonction de répartition.

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x}$$

NOTE — $f(x)\,\mathrm{d}x$ s'appelle la «probabilité élémentaire».

$$f(x)\,\mathrm{d}x = Pr\,[x < X < x + \mathrm{d}x]$$

1.5 probability for a discrete random variable : x_i being one of the values which can be taken by the discrete random variable X, the probability p_i is :

$$p_i = Pr\,[X = x_i]$$

1.6 bivariate distribution : A distribution which determines the probability that a pair of variates takes any given values or belongs to a given set of values.

1.7 multivariate distribution : A distribution which determines the probability that several variates considered simultaneously take any given values or belong to a given set of values.

1.8 marginal distribution : In the case of a probability distribution with k variates, a distribution of a subset of p variates, the other $(k-p)$ variates taking any values in their interval of variation.

Example : In a probability distribution with three variates, X, Y, Z, there are :

— three bivariate marginal distributions : distribution of the pairs (X, Y), (X, Z), (Y, Z);

— three univariate marginal distributions : distributions of X, Y and Z.

1.9 conditional distribution : In the case of a probability distribution with k variates, a distribution of a subset of p variates, when the other $(k-p)$ variates have fixed values.

Example : In a probability distribution with two variates X, Y, we have :

— conditional distribution of X. A specific distribution is expressed as "distribution of X for $Y = y$";

— conditional distribution of Y. A specific distribution is expressed as "distribution of Y for $X = x$".

1.10 correlation : The inter-dependent relationship between two or several variates when such a relationship includes a random part.

NOTE — In this case, it is said that a "stochastic link" exists between the variates.

1.11 fractile (or quantile) of a probability distribution : If p is a number between 0 and 1, the p-fractile is the value of the random variable for which the distribution function equals p or "jumps" from a value less than or equal to p to a value greater than p.

It is possible that the distribution function equals p throughout the interval between consecutive possible values of the variate. In this case, any value in this interval may be considered as the p-fractile.

1.5 probabilité pour une variable aléatoire discrète : x_i étant l'une des valeurs pouvant être prises par la variable aléatoire discrète X, la probabilité p_i est telle que

$$p_i = Pr\,[X = x_i]$$

1.6 loi de probabilité à deux variables : Loi déterminant la probabilité qu'un couple de variables aléatoires prenne des valeurs données quelconques ou appartienne à un ensemble donné de valeurs.

1.7 loi de probabilité à plusieurs variables : Loi déterminant la probabilité que plusieurs variables aléatoires considérées simultanément prennent des valeurs données quelconques ou appartiennent à un ensemble donné de valeurs.

1.8 loi marginale : Dans une loi de probabilité à k variables, loi d'un sous-ensemble de p variables, les $(k-p)$ autres variables pouvant prendre des valeurs quelconques dans leur domaine de variation.

Exemple : Dans une loi de probabilité à trois variables, X, Y, Z, on distingue

— trois lois marginales à deux variables : loi des couples (X, Y), (X, Z), (Y, Z);

— trois lois marginales à une variable : lois de X, de Y et de Z.

1.9 loi conditionnelle : Dans une loi de probabilité à k variables, loi d'un sous-ensemble de p variables, lorsque les $(k-p)$ autres variables ont des valeurs données.

Exemple : Dans une loi de probabilité à deux variables X, Y, on distingue

— les lois conditionnelles de X. Une loi particulière s'énonce «loi de X pour $Y = y$»;

— les lois conditionnelles de Y. Une loi particulière s'énonce «loi de Y pour $X = x$».

1.10 corrélation : Liaison mutuelle entre deux ou plusieurs variables lorsque cette liaison comporte une partie aléatoire.

NOTE — Dans ce cas, on dit qu'il existe une «liaison stochastique» entre les variables.

1.11 fractile (ou quantile) d'une loi de probabilité : p étant un nombre compris entre 0 et 1, le fractile d'ordre p est la valeur de la variable aléatoire pour laquelle la fonction de répartition prend la valeur p ou «saute» d'une valeur inférieure ou égale à p à une valeur supérieure à p.

Il se peut que la fonction de répartition soit égale à p dans tout l'intervalle entre deux valeurs possibles consécutives de la variable. Dans ce cas, toute valeur de cet intervalle peut être considérée comme fractile d'ordre p.

1.12 median : The 0,50 fractile of the probability distribution.

1.13 mode : The value(s) of a random variable such that the probability (discrete variate) or the density (continuous variate) has a maximum for this value (or these values).

If there is one mode, the probability distribution of the variate is said to be "unimodal"; in the other case, it is said to be "multimodal" (bimodal if there are two modes).

1.14 expectation (mean) of a random variable :

a) For a discrete random variable X taking the values x_i with the probabilities p_i, the expectation is defined by

$$E(X) = \Sigma\, p_i x_i$$

the sum being extended for all the values x_i which can be taken by X.

b) For a continuous random variable X having the density $f(x)$, the expectation is defined by

$$E(X) = \int x\, f(x)\, \mathrm{d}x$$

the integral being extended for all values of the interval of variation of X.

No distinction is made between the expectation of a random variable and that of a probability distribution.

NOTES

1 **marginal expectation :** The expectation of the marginal distribution of a random variable.

2 **conditional expectation :** The expectation over a conditional distribution of a random variable.

1.15 centred random variable : A random variable the expectation of which equals zero.

NOTE — If the random variable X has an expectation equal to $E(X)$, the corresponding centred variate is $X - E(X)$.

1.16 variance (of a random variable, or of a probability distribution) : The expectation of the square of the centred variate. (See 1.22.)

1.17 standard deviation (of a random variable, or of a probability distribution) : The positive square root of the variance.

1.18 coefficient of variation (of a random variable, or of a probability distribution) : The ratio of the standard deviation to the absolute value of the expectation.

1.12 médiane : Fractile d'ordre $p = 0{,}50$ de la loi de probabilité.

1.13 mode : Valeur(s) d'une variable aléatoire telle que la probabilité (variable discrète) ou la densité (variable continue) ait un maximum pour cette valeur (ou ces valeurs).

S'il y a un seul mode, la loi de probabilité de la variable est dite «unimodale»; dans le cas contraire, elle est dite «multimodale» (bimodale s'il y a deux modes).

1.14 espérance mathématique (moyenne) d'une variable aléatoire :

a) Pour une variable aléatoire discrète X prenant les valeurs x_i avec les probabilités p_i, l'espérance mathématique est définie par

$$E(X) = \Sigma\, p_i x_i$$

la sommation étant étendue à toutes les valeurs x_i susceptibles d'être prises par X.

b) Pour une variable aléatoire continue X de densité $f(x)$, l'espérance mathématique est définie par

$$E(X) = \int x\, f(x)\, \mathrm{d}x$$

l'intégrale étant étendue à tout le domaine de variation de X.

On dit indifféremment espérance mathématique d'une variable aléatoire ou d'une loi de probabilité.

NOTES

1 **espérance mathématique marginale :** Espérance mathématique de la loi marginale d'une variable aléatoire.

2 **espérance mathématique conditionnelle :** Espérance mathématique de la loi conditionnelle d'une variable aléatoire.

1.15 variable aléatoire centrée : Variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à zéro.

NOTE — Si la variable aléatoire X a pour espérance mathématique $E(X)$, la variable centrée correspondante est $X - E(X)$.

1.16 variance (d'une variable aléatoire ou d'une loi de probabilité) : Espérance mathématique du carré de la variable centrée. (Voir 1.22.)

1.17 écart-type (d'une variable aléatoire ou d'une loi de probabilité) : Racine carrée positive de la variance.

1.18 coefficient de variation (d'une variable aléatoire ou d'une loi de probabilité) : Rapport de l'écart-type à la valeur absolue de l'espérance mathématique.

1.19 standardized variate : A random variable the expectation of which equals zero and the standard deviation of which equals 1.

NOTES

1 If the random variable X has an expectation equal to $E(X)$ and a standard deviation equal to σ, the corresponding standardized variate is the variate

$$\frac{X - E(X)}{\sigma}$$

The distribution of the standardized variate is called "standardized distribution".

2 The concept of standardized variate can be generalized to that of a "reduced variate" which is defined using another location and another scale parameter.

1.20 moment of order q about the origin :* In a univariate distribution, the expectation of the qth power of the variate :

$$E[X^q]$$

NOTE — The moment of order 1 is the expectation of the variate X.

1.21 moment of order q about an origin a :* In a univariate distribution, the expectation of the qth power of the variate $(X - a)$:

$$E[(X-a)^q]$$

1.22 centred moment of order q :* In a univariate distribution, the expectation of the qth power of the central variate $[X - E(X)]$:

$$E\left\{[X - E(X)]^q\right\}$$

NOTE — The centred moment of order 2 is the variance of variate X.

1.23 joint moment of orders q and s about the origin :* In a bivariate distribution, the expectation of the product of the qth power of variate X by the sth power of variate Y :

$$E[X^q \; Y^s]$$

NOTE — The moment of orders 1 and 0 is the expectation of the marginal distribution of X.

The moment of orders 0 and 1 is the expectation of the marginal distribution of Y.

1.24 joint moment of orders q and s about an origin (a, b) :* In a bivariate distribution, the expectation of the product of the qth power of the variate $(X - a)$ by the sth power of the variate $(Y - b)$:

$$E[(X-a)^q \; (Y-b)^s]$$

* If, in the definition of the moments, the quantities X, $X - a$, Y, $Y - b$, etc., are replaced by their absolute values, i.e. $|X|$, $|X - a|$, $|Y|$, $|Y - b|$, etc., other moments called absolute moments are defined.

1.19 variable aléatoire réduite : Variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à zéro et dont l'écart-type est égal à l'unité.

NOTES

1 Si la variable aléatoire X a pour espérance mathématique $E(X)$ et pour écart-type σ, la variable réduite correspondante est la variable

$$\frac{X - E(X)}{\sigma}$$

La loi de la variable réduite est appelée «loi réduite».

2 Le terme variable aléatoire réduite peut désigner également une variable transformée de la variable en utilisant une autre valeur centrale et un autre paramètre d'échelle.

1.20 moment d'ordre q par rapport à l'origine :* Dans une loi de probabilité à une variable, espérance mathématique de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable :

$$E[X^q]$$

NOTE — Le moment d'ordre 1 est l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

1.21 moment d'ordre q par rapport à une origine a :* Dans une loi de probabilité à une variable, espérance mathématique de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable $(X - a)$:

$$E[(X-a)^q]$$

1.22 moment centré d'ordre q :* Dans une loi de probabilité à une variable, espérance mathématique de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable centrée $[X - E(X)]$:

$$E\left\{[X - E(X)]^q\right\}$$

NOTE — Le moment centré d'ordre 2 est la variance de la variable X.

1.23 moment d'ordres q et s par rapport à l'origine :* Dans une loi de probabilité à deux variables, espérance mathématique du produit de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable X par la $s^{\text{ème}}$ puissance de la variable Y :

$$E[X^q \; Y^s]$$

NOTE — Le moment d'ordres 1 et 0 est l'espérance mathématique de la loi marginale de X.

Le moment d'ordres 0 et 1 est l'espérance mathématique de la loi marginale de Y.

1.24 moment d'ordres q et s par rapport à une origine (a, b) :* Dans une loi de probabilité à deux variables, espérance mathématique du produit de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable $(X - a)$ par la $s^{\text{ème}}$ puissance de la variable $(Y - b)$:

$$E[(X-a)^q \; (Y-b)^s]$$

* Si, dans la définition des moments, on remplace les quantités X, $X - a$, Y, $Y - b$, etc. par leurs valeurs absolues, c'est-à-dire $|X|$, $|X - a|$, $|Y|$, $|Y - b|$, etc., on définit d'autres moments appelés moments absolus.

1.25 joint centred moment of orders q and s :* In a bivariate distribution, the expectation of the product of the qth power of the centred variate $[X - E(X)]$ by the sth power of the centred variate $[Y - E(Y)]$:

$$E\left\{[X - E(X)]^q \, [Y - E(Y)]^s\right\}$$

NOTE — The joint centred moment of orders 2 and 0 is the variance of the marginal distribution of X.

The joint centred moment of orders 0 and 2 is the variance of the marginal distribution of Y.

1.26 covariance : The joint centred moment of orders 1 and 1.

$$E\left\{[X - E(X)] \, [Y - E(Y)]\right\}$$

1.27 coefficient of correlation : The ratio of the covariance of two variates to the product of their standard deviations.

1.28 regression curve : In the case of two variates, the curve defined by the expectation of Y for $X = x$, as x varies, is called the "regression curve of Y on X".

When the regression curve of Y on X is a straight line, the regression is called "linear".

In this case, the coefficient of linear regression of Y on X is the coefficient of x (slope) in the equation of the regression line.

1.29 regression surface : In the case of three variates, the surface defined by the expectation of Z for $X = x$ and $Y = y$, as x and y vary, is called "the regression surface of Z on X and Y".

When the regression surface is a plane surface, the regression is called "linear".

In this case, the coefficient of linear regression of Z on X is the coefficient of x in the equation of the regression plane surface.

NOTE — The above definitions may be extended to more than three variates.

1.30 uniform distribution; rectangular distribution : The probability distribution of a continuous variate for which the probability density function is constant within a finite interval and zero outside this interval.

* See foot-note on page 5.

1.25 moment centré d'ordres q et s :* Dans une loi de probabilité à deux variables, espérance mathématique du produit de la $q^{\text{ème}}$ puissance de la variable centrée $[X - E(X)]$ par la $s^{\text{ème}}$ puissance de la variable centrée $[Y - E(Y)]$:

$$E\left\{[X - E(X)]^q \, [Y - E(Y)]^s\right\}$$

NOTE — Le moment centré d'ordres 2 et 0 est la variance de la loi marginale de X.

Le moment centré d'ordres 0 et 2 est la variance de la loi marginale de Y.

1.26 covariance : Moment centré d'ordres 1 et 1.

$$E\left\{[X - E(X)] \, [Y - E(Y)]\right\}$$

1.27 coefficient de corrélation : Quotient de la covariance de deux variables par le produit de leurs écarts-types.

1.28 courbe de régression : Dans le cas de deux variables, la courbe définie par l'espérance mathématique de Y pour $X = x$, lorsque x varie, s'appelle «courbe de régression de Y en X».

Lorsque la courbe de régression de Y en X est une droite, la régression est dite «linéaire».

Dans ce cas, le coefficient de régression linéaire de Y en X est le coefficient de x (pente) dans l'équation de la droite de régression.

1.29 surface de régression : Dans le cas de trois variables, la surface définie par l'espérance mathématique de Z pour $X = x$ et $Y = y$, lorsque x et y varient, s'appelle «surface de régression de Z en X et Y».

Lorsque la surface de régression est un plan, la régression est dite «linéaire».

Dans ce cas, le coefficient de régression linéaire partielle de Z par rapport à X est le coefficient de x dans l'équation du plan de régression.

NOTE — Les définitions ci-dessus s'étendent à plus de trois variables.

1.30 loi uniforme; loi rectangulaire : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue, telle que la densité de probabilité est constante dans un intervalle fini et nulle hors de cet intervalle.

* Voir note du bas de la page 5.

1.31 normal distribution; Laplace-Gauss distribution : The probability distribution of a continuous random variable X such that, if x is any real number, the probability density is

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$-\infty < x < +\infty$$

NOTE — m is the expectation and σ is the standard deviation of the normal distribution.

1.32 standardized normal distribution : The probability distribution of the standardized normal variate.

For a normal variate X having m and σ as parameters, the standardized random variable is

$$U = \frac{X-m}{\sigma}$$

and the probability density of the U distributed variate is

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

$$-\infty < u < +\infty$$

1.33 chi-squared distribution : The distribution of the sum of the squares of independent standardized normal variates.

The number of these variates is the number ν of degrees of freedom of the χ^2 distributed variate, a parameter of the distribution.

The probability density function of the χ^2 distributed variate is

$$f(\chi^2, \nu) = \frac{(\chi^2)^{(\nu/2)-1}}{2^{\nu/2}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right)$$

$$\chi^2 \geqslant 0$$

NOTE — The probability distribution of the variate $\chi^2/2$ is a gamma distribution of parameter $m = \nu/2$. (See 1.38.)

1.34 *t*-distribution; Student distribution : The distribution of a quotient of independent random variables, the numerator of which is a standardized normal variate, and the denominator of which is the positive square root of the quotient of a χ^2 distributed variate and its number of degrees of freedom.

The number of degrees of freedom of χ^2 is the number ν of degrees of freedom of the t-distributed variate.

The probability density function of the t-distributed variate is

$$f(t, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \frac{1}{(1+t^2/\nu)^{(\nu+1)/2}}$$

$$-\infty < t < +\infty$$

1.31 loi normale; loi de Laplace-Gauss : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue X, telle que, si x est un nombre réel quelconque, la densité de probabilité est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$-\infty < x < +\infty$$

NOTE — m est l'espérance mathématique et σ est l'écart-type de la loi normale.

1.32 loi normale réduite : Loi de probabilité de la variable normale réduite.

Pour une variable normale X de paramètres m et σ, la variable aléatoire réduite est

$$U = \frac{X-m}{\sigma}$$

et la densité de probabilité de la variable U est

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

$$-\infty < u < +\infty$$

1.33 loi de χ^2 : Loi de la somme des carrés de variables normales réduites indépendantes.

Le nombre de ces variables est le nombre ν de degrés de liberté de la variable χ^2, paramètre de cette loi.

La densité de probabilité de la variable χ^2 est

$$f(\chi^2, \nu) = \frac{(\chi^2)^{(\nu/2)-1}}{2^{\nu/2}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right)$$

$$\chi^2 \geqslant 0$$

NOTE — La loi de probabilité de la variable $\chi^2/2$ est une loi gamma de paramètre $m = \nu/2$. (Voir 1.38.)

1.34 loi de *t*; loi de Student : Loi du quotient de variables aléatoires indépendantes, le numérateur étant une variable normale réduite et le dénominateur étant la racine carrée positive du quotient d'une variable χ^2 par son nombre de degrés de liberté.

Ce nombre de degrés de liberté de χ^2 est le nombre ν de degrés de liberté de la variable t.

La densité de probabilité de la variable t est

$$f(t, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \frac{1}{(1+t^2/\nu)^{(\nu+1)/2}}$$

$$-\infty < t < +\infty$$

1.35 *F*-distribution : The distribution of the quotient of two independent χ^2 distributed variates, each one divided by its number of degrees of freedom. The numbers of degrees of freedom of the χ^2 distributed variates of the numerator ν_1 and of the denominator ν_2 are, in this order, the numbers of degrees of freedom of the *F*-distributed variate.

NOTE — The probability density function of the *F*-distributed variate is

$$f(F, \nu_1, \nu_2) = \frac{\Gamma[(\nu_1 + \nu_2)/2]}{\Gamma(\nu_1/2)\,\Gamma(\nu_2/2)} (\nu_1)^{\nu_1/2} (\nu_2)^{\nu_2/2} \frac{F^{(\nu_1/2)-1}}{(\nu_1 F + \nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$

$$F \geqslant 0$$

1.36 log-normal distribution : The probability distribution of a continuous random variable *X* which can take any value from *a* to infinity, with the probability density

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\,\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log_e (x-a) - m}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$x > a$$

m and σ being respectively the mean and the standard deviation of $\log_e (X-a)$.

NOTES

1 The probability distribution of the variate $\log_e (X-a)$ is a normal distribution; m and σ are respectively the expectation and the standard deviation of this variate.

2 The $\log_{10}$ is often used instead of the $\log_e$. In this case :

$$f(x) = \frac{0{,}434\,3}{(x-a)\,\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log_{10} (x-a) - m}{\sigma}\right)^2\right]$$

m and σ being respectively the mean and the standard deviation of $\log_{10} (X-a)$.

1.37 exponential distribution : The probability distribution of a continuous random variable *X* which can take any value from 0 to $+\infty$, the distribution function of which is

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\lambda > 0$$

This probability distribution may be generalized by substituting $x - a$ for x (with $x \geqslant a$).

1.38 gamma distribution : The probability distribution of a continuous random variable *X* which can take any value from 0 to $+\infty$ with the probability density

$$f(x) = \frac{e^{-x}\, x^{m-1}}{\Gamma(m)}$$

with $\quad m > 0,\ x \geqslant 0$

and $\quad \Gamma(m) = \int_0^\infty e^{-x}\, x^{m-1}\, dx$

m, a positive constant, determines the form of the distribution. When m is an integer, we have

$$\Gamma(m) = (m-1)!$$

1.35 loi de *F* : Loi du quotient de deux variables χ^2 indépendantes, chacune étant divisée par son nombre de degrés de liberté. Les nombres de degrés de liberté des variables χ^2 du numérateur, ν_1, et du dénominateur, ν_2, sont, dans cet ordre, les nombres de degrés de liberté de la variable *F*.

NOTE — La densité de probabilité de la variable *F* est

$$f(F, \nu_1, \nu_2) = \frac{\Gamma[(\nu_1 + \nu_2)/2]}{\Gamma(\nu_1/2)\,\Gamma(\nu_2/2)} (\nu_1)^{\nu_1/2} (\nu_2)^{\nu_2/2} \frac{F^{(\nu_1/2)-1}}{(\nu_1 F + \nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$

$$F \geqslant 0$$

1.36 loi log-normale : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue *X*, pouvant prendre toute valeur depuis *a* jusqu'à l'infini, avec la densité de probabilité

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\,\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log_e (x-a) - m}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$x > a$$

m et σ étant respectivement la moyenne et l'écart-type de $\log_e (X-a)$.

NOTES

1 La loi de probabilité de la variable $\log_e (X-a)$ est une loi normale; m et σ sont respectivement l'espérance mathématique et l'écart-type de cette variable.

2 Le $\log_{10}$ est fréquemment employé à la place du $\log_e$. Dans ce cas,

$$f(x) = \frac{0{,}434\,3}{(x-a)\,\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log_{10} (x-a) - m}{\sigma}\right)^2\right]$$

m et σ étant respectivement la moyenne et l'écart-type de $\log_{10} (X-a)$.

1.37 loi exponentielle : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue *X*, pouvant prendre toute valeur de 0 à $+\infty$, dont la fonction de répartition est

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\lambda > 0$$

Cette loi de probabilité peut être généralisée en remplaçant x par $x - a$ (avec $x \geqslant a$).

1.38 loi gamma : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue *X*, pouvant prendre toute valeur de 0 à $+\infty$, avec la densité de probabilité

$$f(x) = \frac{e^{-x}\, x^{m-1}}{\Gamma(m)}$$

avec $\quad m > 0,\ x \geqslant 0$

et $\quad \Gamma(m) = \int_0^\infty e^{-x}\, x^{m-1}\, dx$

m, constante positive, détermine la forme de la distribution. Lorsque m est un nombre entier, on a

$$\Gamma(m) = (m-1)!$$

For $m = 1$, the gamma distribution becomes an exponential distribution.

This probability distribution may be generalized by substituting $(x - a)/b$ for x (with $x \geqslant a$ and $b > 0$).

1.39 Gumbel distribution (type I extreme value distribution) : The probability distribution of a continuous random variable X, the distribution function of which is

$$F(x) = \exp(-e^{-y})$$

with $y = (x - a)/b, b > 0, -\infty < x < +\infty$

1.40 Fréchet distribution (type II extreme value distribution) : The probability distribution of a continuous random variable X, the distribution function of which is

$$F(x) = \exp(-y^{-k})$$

with $y = (x - a)/b, b > 0, x \geqslant a$

k, a positive constant, determines the shape of the distribution.

1.41 Weilbull distribution (type III extreme value distribution) : The probability distribution of a continuous random variable X, the distribution function of which is

$$F(x) = 1 - \exp(-y^{k})$$

with $y = (x - a)/b, b > 0, x \geqslant a$

k, a positive constant, determines the shape of the distribution.

1.42 binomial distribution : The probability distribution of a discrete random variable such that, if $x \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, then

$$Pr[X = x] = \frac{n!}{x!\ (n - x)!} p^x (1 - p)^{n-x}$$

$$0 < p < 1$$

1.43 negative binomial distribution : The probability distribution of a discrete random variable X such that, if $x \in \{0, 1, 2, \ldots\}$, then

$$Pr[X = x] = \frac{c(c + 1) \ldots (c + x - 1)}{x!} p^c (1 - p)^{x-c}$$

with $c > 0$ and $0 < p < 1$

NOTE — The name "negative binomial distribution" is derived from the fact that the successive probabilities for $x = 0, 1, 2, \ldots$, are obtained by developing the binomial of negative exponent $-c$:

$$p^c [1 - (1 - p)]^{-c}$$

following the positive and integral powers of $1 - p$.

Pour $m = 1$, la loi gamma devient une loi exponentielle.

Cette loi de probabilité peut être généralisée en remplaçant x par $(x - a)/b$ (avec $x \geqslant a$ et $b > 0$).

1.39 loi de Gumbel (loi des valeurs extrêmes du type I) : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue X dont la fonction de répartition est

$$F(x) = \exp(-e^{-y})$$

avec $y = (x - a)/b, b > 0, -\infty < x < +\infty$

1.40 loi de Fréchet (loi des valeurs extrêmes du type II) : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue X dont la fonction de répartition est

$$F(x) = \exp(-y^{-k})$$

avec $y = (x - a)/b, b > 0, x \geqslant a$

k, constante positive, détermine la forme de la distribution.

1.41 loi de Weilbull (loi des valeurs extrêmes du type III) : Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue X dont la fonction de répartition est

$$F(x) = 1 - \exp(-y^{k})$$

avec $y = (x - a)/b, b > 0, x \geqslant a$

k, constante positive, détermine la forme de la distribution.

1.42 loi binomiale : Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète X, telle que, si $x \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, on a

$$Pr[X = x] = \frac{n!}{x!\ (n - x)!} p^x (1 - p)^{n-x}$$

$$0 < p < 1$$

1.43 loi binomiale négative : Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète X, telle que, si $x \in \{0, 1, 2, \ldots\}$, on a

$$Pr[X = x] = \frac{c(c + 1) \ldots (c + x - 1)}{x!} p^c (1 - p)^{x-c}$$

avec $c > 0$ et $0 < p < 1$

NOTE — L'appellation de «loi binomiale négative» vient de ce que les probabilités successives, pour $x = 0, 1, 2, \ldots$, s'obtiennent en développant le binôme d'exposant négatif $-c$:

$$p^c [1 - (1 - p)]^{-c}$$

suivant les puissances entières et positives de $1 - p$.