
Norme internationale



3002/2

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION • МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ • ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION

Définitions de base pour la coupe et la rectification — Partie 2 : Géométrie de la partie active des outils coupants — Formules de conversion générales liant les angles de l'outil en main et les angles en travail

Basic quantities in cutting and grinding — Part 2 : Geometry of the active part of cutting tools — General conversion formulae to relate tool and working angles

Première édition — 1982-03-01

Sample Document

get full document from standards.iteh.ai

CDU 621.9.013

Réf. n° : ISO 3002/2-1982 (F)

Descripteurs : outil, outil de coupe, caractéristique géométrique, angle d'attaque, définition.

Prix basé sur 35 pages

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique correspondant. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO, participent également aux travaux.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour approbation, avant leur acceptation comme Normes internationales par le Conseil de l'ISO.

La Norme internationale ISO 3002/2 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 29, *Petit outillage*, et a été soumise aux comités membres en août 1977.

Les comités membres des pays suivants l'ont approuvée :

Afrique du Sud, Rép. d'	France	Roumanie
Allemagne, R.F.	Hongrie	Royaume-Uni
Autriche	Inde	Tchécoslovaquie
Belgique	Irlande	Turquie
Bulgarie	Israël	URSS
Chili	Italie	USA
Corée, Rép. dém. p. de	Japon	Yougoslavie
Égypte, Rép. arabe d'	Mexique	
Espagne	Pays-Bas	

Les comités membres des pays suivants l'ont désapprouvée pour des raisons techniques :

Australie
Pologne

Sommaire

	Page
0 Introduction	1
1 Objet et domaine d'application	1
2 Définitions des axes de coordonnées	1
3 Définition des angles de position et des angles de mouvements	2
4 Liste des formules de conversion — Cas général	5
5 Formules de conversion pour les cas où le plan de travail, P_{fe} , coïncide avec le plan de travail conventionnel P_f	9
6 Exemples pratiques	10
Annexes	
A Élaboration des formules de conversion	16
B Méthode générale pour obtenir les matrices de transformation de rotations élémentaires autour des axes X , Y et Z	23
C Liste des termes équivalents	24
Figures	25

Page blanche

Sample Document

get full document from standards.iteh.ai

Définitions de base pour la coupe et la rectification — Partie 2 : Géométrie de la partie active des outils coupants — Formules de conversion générales liant les angles de l'outil en main et les angles en travail

0 Introduction

La présente partie de l'ISO 3002 présente des formules pouvant être utilisées pour convertir les angles de l'outil en angles en travail et vice-versa. Les formules sont générales et peuvent être utilisées pour toutes les conditions de coupe possibles. Les angles de l'outil (angles dans le système de l'outil en main) et les angles en travail (angles dans le système de l'outil en travail) sont définis dans l'ISO 3002/1, ainsi que les conventions de signes pour ces angles.

Le système de référence de l'outil en main (utilisé pour définir les angles de l'outil) pivote avec l'outil chaque fois que l'orientation de l'outil par rapport à la machine-outil est changée. De la même façon, l'orientation du système de référence de l'outil en travail (utilisé pour définir les angles en travail) change quand la direction résultante de coupe change. C'est pourquoi, afin de lier les systèmes de référence de l'outil en main et de l'outil en travail, il est nécessaire de passer par un 3^e système de référence, le système de référence de la machine, qui ne pivote pas quand l'outil est réorienté ou quand la direction résultante de coupe change.

L'orientation relative des systèmes de référence de l'outil en main et de la machine définit le positionnement de l'outil sur la machine. L'orientation relative des systèmes de référence de l'outil en travail et de la machine est définie par le mouvement de l'outil par rapport à la pièce.

Certains principes généraux ont été pris en considération pour l'établissement des formules de conversion :

- Les définitions des axes dans le système de référence de la machine de l'ISO 841 ont été adoptées.
- L'origine de chaque système de coordonnées est prise au «point considéré» de l'arête et à un moment donné dans le temps.
- Les angles de transformation sont définis de façon à être calculés facilement à partir des données d'atelier.

1 Objet et domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3002 a pour objet l'établissement et l'application des formules de conversion; elle est composée des chapitres suivants :

- Définitions des axes de coordonnées pour l'outil en main et l'outil en travail dérivées des plans appropriés de l'ISO 3002/1. Les définitions des axes et des plans de la machine sont basées sur l'ISO 841.
- Définitions des angles de position et des angles de mouvement.
- Formules de conversion.
- Exemples pratiques.

NOTE — En supplément aux termes donnés dans les trois langues officielles de l'ISO (anglais, français, russe), la présente partie de l'ISO 3002 donne les termes équivalents en allemand et en néerlandais; ces termes ont été inclus à la demande du comité technique ISO/TC 29, et sont publiés sous la responsabilité des comités membres de l'Allemagne, R.F. (DIN) et des Pays-Bas (NNI). Toutefois, seuls les termes donnés dans les langues officielles peuvent être considérés comme termes ISO.

2 Définitions des axes de coordonnées

2.1 Axes de l'outil en main et de l'outil en travail

Les axes sont définis en utilisant pour l'outil en main le système de référence de l'outil en main et pour l'outil en travail le système de référence de l'outil en travail. Les axes sont définis par l'intersection des plans et, ci-dessous, les deux plans appropriés sont donnés entre parenthèses.

2.1.1 Axes de l'outil en main

Système f d'axes de coordonnées : $X_f (P_r P_p)$, $Y_f (P_p P_f)$, $Z_f (P_f P_r)$.

L'axe X_f est positif dans une direction qui s'éloigne à la fois du bec de référence de l'outil (comme défini dans l'ISO 3002/1) et de la surface engendrée supposée; l'axe Y_f est positif dans la direction opposée à la direction supposée de coupe; l'axe Z_f est positif dans une direction qui s'éloigne de la surface coupée supposée sur la pièce. [Voir figures 1 et 2.]

NOTE — Les axes qui en résultent peuvent former un système de coordonnées soit à droite, soit à gauche, suivant le type d'outil considéré, l'utilisation à laquelle il est destiné et la position du point considéré sur l'arête.

De la même façon, d'autres systèmes d'axes de l'outil en main peuvent être définis. Cependant, pour l'application pratique des formules de conversion, seul le système f est nécessaire. C'est pourquoi l'expression plus générale «axes de l'outil en main» sera utilisée ci-après pour désigner le «système f d'axes».

NOTE — Pour un outil donné, le système d'axes de l'outil en main est unique. Les axes sont déterminés seulement par l'opération que l'outil est «supposé» accomplir (par exemple, pour un outil de tournage cylindrique, les axes de l'outil en main ne changent pas par rapport à l'outil, si l'outil est utilisé pour une opération de dressage).

2.1.2 Axes de l'outil en travail

Système f_e d'axes de coordonnées : $X_{fe} (P_{re} P_{pe})$, $Y_{fe} (P_{pe} P_{fe})$, $Z_{fe} (P_{fe} P_{re})$.

De la même façon, dans ce système, l'axe X_{fe} est positif dans une direction qui s'éloigne à la fois du bec de référence de l'outil, (comme défini dans l'ISO 3002/1) et de la surface engendrée supposée; l'axe Y_{fe} est positif dans la direction opposée à la direction résultante de coupe; l'axe Z_{fe} est positif dans une direction qui s'éloigne de la surface coupée sur la pièce. [Voir figures 1 et 2.]

NOTE — Les axes qui en résultent peuvent former un système de coordonnées soit à droite, soit à gauche, suivant le type d'outil considéré, l'utilisation à laquelle il est destiné et la position du point considéré sur l'arête.

De la même façon, d'autres systèmes d'axes de l'outil en travail peuvent être définis. Cependant, pour l'application pratique des formules de conversion, seul le système f_e est nécessaire. C'est pourquoi, l'expression plus générale «axes de l'outil en travail» sera utilisée ci-après pour désigner «le système f_e d'axes».

NOTE — L'orientation des axes de l'outil en travail, par rapport à l'outil, peut changer en fonction de la direction résultante de coupe et de l'orientation de l'outil sur la machine.

2.2 Définitions des axes et des plans de la machine

Pour chaque type de machine-outil, un système de référence des axes de la machine est défini dans l'ISO 841.

Malheureusement, la nomenclature des axes définie dans cette norme n'est pas applicable directement à la présente partie de l'ISO 3002; cependant, elle a été utilisée pour déterminer l'orientation d'un système de référence des plans de la machine.

Lorsque l'outil est dans sa «position zéro» sur la machine, de telle sorte que le système de référence de l'outil en main (P_r - P_f - P_p) coïncide avec le système de référence des plans de la machine (défini par les axes X-Y-Z de l'ISO 841), et lorsque l'outil est dans sa «position la plus naturelle», de telle sorte que le plan de travail conventionnel, P_f , soit parallèle à la direction de la composante du mouvement d'avance prédominante pour l'opération d'usinage considérée, on définit une série d'axes de position de la machine fixes (X_m - Y_m - Z_m) qui coïncident avec les axes de l'outil en main. Donc, lorsque l'outil est dans sa «position zéro» :

- l'axe de position de la machine, X_m , coïncide avec l'axe de l'outil en main, X_f ;
- l'axe de position de la machine, Y_m , coïncide avec l'axe de l'outil en main, Y_f ;
- l'axe de position de la machine, Z_m , coïncide avec l'axe de l'outil en main, Z_f .

3 Définition des angles de position et des angles de mouvement

Deux séries de trois angles (angles d'Euler) sont nécessaires, une série pour définir l'orientation des axes de l'outil en main (X_f, Y_f, Z_f), par rapport aux axes de position de la machine (X_m, Y_m, Z_m) (voir figure 3), et la deuxième série pour définir l'orientation des axes de l'outil en travail (X_{fe}, Y_{fe}, Z_{fe}), par rapport aux mêmes axes de position de la machine (voir figure 4).

On peut noter que la 1^{re} série d'angles correspond au mode de positionnement pratique de l'outil avec un porte-outil classique [voir figure 3].

Dans quelques cas pratiques, la 2^e série d'angles n'est pas en rapport direct avec les données d'atelier. Pour ces cas, une autre façon de procéder est indiquée en 3.3, utilisant les composantes de la vitesse d'avance et de coupe par rapport aux axes de position de la machine afin de déterminer les angles auxiliaires de 4.3.

3.1 Angles de position

La position du système de référence de l'outil en main défini par X_f, Y_f, Z_f , par rapport au système de référence de la machine défini par X_m, Y_m, Z_m , est déterminée par trois angles : l'angle de position en plan G , l'angle de position en élévation H , l'angle de position en pivotement L . Les définitions de ces angles sont données ci-après. Ces angles sont illustrés aux figures 3a) et 3b). On suppose que l'outil est initialement dans sa « position zéro » sur la machine-outil, de telle sorte que le système de référence de l'outil en main coïncide avec le système de référence de la machine, et que l'outil est dans sa position « la plus naturelle » sur la machine-outil (voir 2.2). On fait alors pivoter l'outil successivement des angles G, H, L comme illustré par les échelles graduées du porte-outil de la figure 3a). Les angles G, H, L définissent alors le positionnement du système de référence de l'outil en main par rapport au système de référence de la machine.

Les angles peuvent être appliqués dans n'importe quel ordre : cependant, les explications des rotations qui sont incorporées dans les définitions supposent que les angles sont appliqués dans l'ordre G, H, L .

3.1.1 Angle de position en plan, G

Angle entre le plan de travail conventionnel, P_f , dans sa position zéro, et le plan de travail conventionnel, P_f , dans sa position finale, mesuré dans le plan de référence de l'outil, P_r , dans sa position zéro.

Il correspond à une rotation autour de l'axe de position de la machine, Y_m . Cette rotation fait prendre aux axes de coordonnées de l'outil en main une position intermédiaire où ils sont désignés X'_f, Y_m, Z'_f . [Voir figures 3a) et 3b).]

La convention de signe est définie de la façon suivante :

Si l'angle de position en plan, G , augmente positivement, l'angle κ_{re} diminue et l'angle ψ_{re} augmente.

3.1.2 Angle de position en élévation, H

Angle entre l'axe de position de la machine, Y_m , et sa projection sur la position finale du plan de travail conventionnel, P_f . Il correspond à une rotation autour de l'axe intermédiaire, Z'_f .

Cette rotation donne la position finale de l'axe de l'outil en main, X_f , une position intermédiaire de l'axe de l'outil en main Y_f qui est désigné Y'_f et Z'_f est inchangé. Donc, les axes de l'outil en main, dans cette seconde position intermédiaire, sont désignés X_f, Y'_f, Z'_f .

La convention de signe est définie de la façon suivante :

Si l'angle de position en élévation, H , augmente positivement, l'angle γ_{pe} augmente positivement.

3.1.3 Angle de position en pivotement, L

Angle entre le plan de référence de l'outil, P_r , dans sa position zéro, et le plan de référence de l'outil, P_r , dans sa position finale, mesuré dans le plan de travail conventionnel, P_f , dans sa position finale.

Il correspond à une rotation autour de l'axe de l'outil en main X_f final. Cette rotation donne la position finale des axes de l'outil en main, X_f, Y_f, Z_f , par rapport aux axes de référence de la machine.

La convention de signe est définie de la façon suivante :

Si l'angle de position en pivotement, L , augmente positivement, l'angle α_{fe} augmente.

3.2 Angles de mouvement

La position du système de référence de l'outil en travail, défini par X_{fe} , Y_{fe} , Z_{fe} , par rapport au système de référence de la machine défini par X_m , Y_m , Z_m , peut être déterminée par trois angles : l'angle de mouvement en plan, M , l'angle de mouvement en élévation, N , et l'angle de mouvement en pivotement, T . En 3.3 est donnée une autre méthode pour déterminer ces positions relatives. Les définitions de ces angles sont données ci-après. On peut noter que l'orientation du système de référence de l'outil en travail par rapport au système de référence de la machine est déterminée par les directions et grandeurs de la vitesse de coupe et de la vitesse d'avance.

Les angles de mouvement sont illustrés à la figure 4. On suppose qu'un système d'axes de coordonnées, x, y, z , qui coïncide initialement avec le système d'axes de la machine, X_m, Y_m, Z_m , coïncidera avec le système d'axes de l'outil en travail, X_{fe}, Y_{fe}, Z_{fe} , au moyen de trois rotations d'Euler.

3.2.1 Angle de mouvement en plan, M

Angle entre le plan de la machine, Y_m-Z_m , et le plan de travail, P_{fe} , mesuré dans le plan de la machine, X_m-Z_m . Il correspond à une position intermédiaire du système auxiliaire x, y, z par une rotation de l'angle M autour de l'axe de position de la machine, Y_m . Les axes de coordonnées, dans cette position intermédiaire, sont désignés x', y', z' (voir figure 4). La convention de signe est définie de la façon suivante :

Si l'angle de mouvement en plan, M , augmente positivement, l'angle κ_{re} augmente et l'angle ψ_{re} diminue.

En tournage conventionnel, M est l'angle entre l'axe de rotation de la pièce et la direction d'avance, donc :

- pour le tournage cylindrique, $M = 0$ (voir figure 5);
- pour le tournage d'un cône d'angle au sommet, T : $M = \frac{T}{2}$;
- pour la plupart des autres opérations, l'angle de mouvement en plan, M , est égal à zéro.

3.2.2 Angle de mouvement en élévation, N

Angle entre l'axe de position de la machine, Y_m , et sa projection sur le plan de travail, P_{fe} .

Il correspond à une seconde position intermédiaire par une rotation autour de l'axe z' de la position intermédiaire x', y', z' . Les axes dans cette seconde position intermédiaire sont désignés X_{fe}, y', z' . Cette rotation donne la position finale de l'axe X_{fe} et une position intermédiaire de l'axe y' . La désignation de z' est inchangée puisque la rotation s'effectue autour de cet axe.

La convention de signe est définie ainsi :

Si l'angle de mouvement en élévation, N , augmente positivement, l'angle γ_{pe} diminue positivement.

En tournage cylindrique conventionnel, si le point considéré de l'arête est déporté de h en dessous de l'axe de rotation [voir figure 5b)], l'angle N est calculé à partir de

$$\sin N = \frac{2h}{d}$$

où d est le diamètre effectif de la pièce au point considéré de l'arête.

En perçage, N est égal à l'angle de position en élévation H , puisque pour cette opération le plan de travail conventionnel P_f et le plan de travail P_{fe} restent en coïncidence et que N et H représentent, par rapport à la position zéro, la position angulaire d'un rayon, passant par le point considéré.

Dans la plupart des cas, l'angle de mouvement en élévation, N , est nul.

3.2.3 Angle de mouvement en pivotement, T

Angle entre le plan de la machine, X_m-Z_m , et le plan de référence en travail, P_{re} , mesuré dans le plan de travail, P_{fe} .

Il correspond à une rotation autour de l'axe, X_{fe} , du second système intermédiaire, X_{fe}, y', z' , qui devient le système de l'outil en travail, X_{fe}, Y_{fe}, Z_{fe} .

La convention de signe est définie ainsi :

Si l'angle de mouvement en pivotement, T , augmente positivement, l'angle α_{fe} décroît.

En tournage conventionnel (tournage cylindrique, conique, en plongée et latéral), si la direction de coupe est parallèle à l'axe de la machine, Y_m , c'est l'angle entre la direction de coupe et la direction résultante de coupe (c'est-à-dire l'angle de la direction résultante η)

$$\operatorname{tg} T = \frac{f}{\pi d}$$

où

d est le diamètre effectif, en millimètres, de la pièce au point considéré de l'arête;

f est l'avance en millimètres par tour.

En fraisage en roulant et en fraisage latéral, c'est la somme de l'angle de position en pivotement, L , et de l'angle de la direction résultante de coupe, η (voir figure 6).

En perçage, T est égal à l'angle de la direction résultante de coupe, η .

3.3 Autre méthode pour lier le système de référence de l'outil en travail au système de référence de la machine

Si la valeur des angles de mouvement ne peut pas être déduite facilement des données d'atelier (c'est-à-dire tournage conique avec un outil non centré), la position du système de référence de l'outil en travail défini par X_{fe} , Y_{fe} , Z_{fe} , par rapport au système de référence de la machine défini par X_m , Y_m , Z_m , peut être déterminée à partir des composantes suivant X_m , Y_m , Z_m , de la vitesse d'avance, v_f , et de la vitesse de coupe, v_c , désignées comme suit :

composantes de la vitesse d'avance $(v_f)_{X_m}$, $(v_f)_{Y_m}$, $(v_f)_{Z_m}$

composantes de la vitesse de coupe $(v_c)_{X_m}$, $(v_c)_{Y_m}$, $(v_c)_{Z_m}$

et utilisées pour déterminer les angles auxiliaires comme indiqué en 4.3.

get full document from standards.iteh.ai

4 Liste des formules de conversion — Cas général

La transformation directe est l'expression donnant les angles en travail en fonction des angles de l'outil, des angles de position et des angles de mouvement. La transformation inverse est l'expression donnant les angles de l'outil en fonction des angles en travail, des angles de position et des angles de mouvement.

Dans les équations, des angles auxiliaires, définis en 4.3, sont utilisés. Ils sont désignés par la notation générale (i, j) et sont définis en fonction des angles de position et des angles de mouvement de l'outil (composantes respectives de la vitesse d'avance et de la vitesse de coupe).

Bien que les expressions soient complexes, elles sont, en pratique, considérablement simplifiées, puisque certains angles sont généralement égaux soit à 0° , soit à 90° .

En plus des formules de conversion ci-dessous, le tableau « Relations entre les angles dans le système de l'outil en main » figurant en 6.6 de l'ISO 3002/1 devra être utilisé. Le même tableau peut être utilisé pour les angles en travail, sous réserve d'ajouter le suffixe « e » à tous les angles.

4.1 Transformation directe (angles en travail en fonction des angles de l'outil)

4.1.1 Angle d'inclinaison d'arête en travail

$$\sin \lambda_{se} = \cos \lambda_s \sin \kappa_r \cos (1,2) + \sin \lambda_s \cos (2,2) - \cos \lambda_s \cos \kappa_r \cos (3,2)$$

4.1.2 Angle de direction d'arête en travail

$$\operatorname{tg} \kappa_{re} = - \frac{\cos \lambda_s \sin \kappa_r \cos (1,1) + \sin \lambda_s \cos (2,1) - \cos \lambda_s \cos \kappa_r \cos (3,1)}{\cos \lambda_s \sin \kappa_r \cos (1,3) + \sin \lambda_s \cos (2,3) - \cos \lambda_s \cos \kappa_r \cos (3,3)}$$

4.1.3 Angle de coupe normal en travail

$$\sin \gamma_{ne} = \frac{1}{\cos \lambda_{se}} \left\{ [-\sin \gamma_n \sin \lambda_s \sin \kappa_r + \cos \gamma_n \cos \kappa_r] \cos (1,2) + \right. \\ \left. + [\sin \gamma_n \sin \lambda_s \cos \kappa_r + \cos \gamma_n \sin \kappa_r] \cos (3,2) + \sin \gamma_n \cos \lambda_s \cos (2,2) \right\}$$

ou :

$$\cos (\gamma_{ne} - \gamma_n) = [\cos \kappa_r \cos (1,1) + \sin \kappa_r \cos (3,1)] \cos \kappa_{re} + [\cos \kappa_r \cos (1,3) + \sin \kappa_r \cos (3,3)] \sin \kappa_{re}$$

NOTE — Pour utiliser cette dernière relation, il est essentiel de savoir au départ si l'angle de coupe normal en travail est plus grand ou plus petit que l'angle de coupe normal de l'outil.

4.1.4 Dépouille normale en travail

$$\cos \alpha_{ne} = \frac{1}{\cos \lambda_{se}} \left\{ [\sin \alpha_n \cos \kappa_r - \cos \alpha_n \sin \lambda_s \sin \kappa_r] \cos (1,2) + \right. \\ \left. + [\cos \alpha_n \sin \lambda_s \cos \kappa_r + \sin \alpha_n \sin \kappa_r] \cos (3,2) + \cos \alpha_n \cos \lambda_s \cos (2,2) \right\}$$

ou :

$$\cos (\alpha_{ne} - \alpha_n) = [\cos \kappa_r \cos (1,1) + \sin \kappa_r \cos (3,1)] \cos \kappa_{re} + [\cos \kappa_r \cos (1,3) + \sin \kappa_r \cos (3,3)] \sin \kappa_{re}$$

NOTE — Pour utiliser cette dernière relation, il est essentiel de savoir au départ si la dépouille normale en travail est plus grande ou plus petite que la dépouille normale de l'outil.

En outre, on peut noter que si soit l'angle de coupe normal en travail, γ_{ne} , soit la dépouille normale en travail, α_{ne} , a été déterminé, l'autre en découle à partir de la relation :

$$\alpha_{ne} + \beta_{ne} + \gamma_{ne} = 90^\circ \quad \text{et} \quad \beta_{ne} = \beta_n$$

4.1.5 Angle de coupe latéral en travail

$$\text{tg } \gamma_{fe} = \frac{\text{tg } \gamma_f \cos (3,3) + \text{tg } \gamma_p \cos (1,3) - \cos (2,3)}{\cos (2,2) - \text{tg } \gamma_f \cos (3,2) - \text{tg } \gamma_p \cos (1,2)}$$

4.1.6 Angle de coupe vers l'arrière en travail

$$\text{tg } \gamma_{pe} = \frac{\text{tg } \gamma_f \cos (3,1) + \text{tg } \gamma_p \cos (1,1) - \cos (2,1)}{\cos (2,2) - \text{tg } \gamma_f \cos (3,2) - \text{tg } \gamma_p \cos (1,2)}$$

4.1.7 Dépouille latérale en travail

$$\text{ctg } \alpha_{fe} = \frac{\text{ctg } \alpha_f \cos (3,3) + \text{ctg } \alpha_p \cos (1,3) - \cos (2,3)}{\cos (2,2) - \text{ctg } \alpha_f \cos (3,2) - \text{ctg } \alpha_p \cos (1,2)}$$

4.1.8 Dépouille vers l'arrière en travail

$$\text{ctg } \alpha_{pe} = \frac{\text{ctg } \alpha_f \cos (3,1) + \text{ctg } \alpha_p \cos (1,1) - \cos (2,1)}{\cos (2,2) - \text{ctg } \alpha_f \cos (3,2) - \text{ctg } \alpha_p \cos (1,2)}$$

4.2 Transformation inverse (angles de l'outil en fonction des angles en travail)

4.2.1 Angle d'inclinaison d'arête de l'outil

$$\sin \lambda_s = \cos \lambda_{se} \sin \kappa_{re} \cos (2,1) + \sin \lambda_{se} \cos (2,2) - \cos \lambda_{se} \cos \kappa_{re} \cos (2,3)$$

4.2.2 Angle de direction d'arête de l'outil

$$\text{tg } \kappa_r = - \left[\frac{\cos \lambda_{se} \sin \kappa_{re} \cos (1,1) + \sin \lambda_{se} \cos (1,2) - \cos \lambda_{se} \cos \kappa_{re} \cos (1,3)}{\cos \lambda_{se} \sin \kappa_{re} \cos (3,1) + \sin \lambda_{se} \cos (3,2) - \cos \lambda_{se} \cos \kappa_{re} \cos (3,3)} \right]$$

4.2.3 Angle de coupe normal de l'outil

$$\sin \gamma_n = \frac{1}{\cos \lambda_s} \left\{ [-\sin \gamma_{ne} \sin \lambda_{se} \sin \kappa_{re} + \cos \gamma_{ne} \cos \kappa_{re}] \cos (2,1) + \right. \\ \left. + [\sin \gamma_{ne} \sin \lambda_{se} \cos \kappa_{re} + \cos \gamma_{ne} \sin \kappa_{re}] \cos (2,3) + \sin \gamma_{ne} \cos \lambda_{se} \cos (2,2) \right\}$$

L'angle de coupe normal de l'outil, γ_n , peut également être dérivé de l'expression donnant $\cos (\gamma_{ne} - \gamma_n)$ indiquée en 4.1. Cependant, pour utiliser cette relation, il est essentiel de savoir au départ si l'angle de coupe normal de l'outil est plus grand ou plus petit que l'angle de coupe normal en travail.

4.2.4 Dépouille normale de l'outil

$$\cos \alpha_n = \frac{1}{\cos \lambda_s} \left\{ [-\cos \alpha_{ne} \sin \lambda_{se} \sin \kappa_{re} + \sin \alpha_{ne} \cos \kappa_{re}] \cos (2,1) + \right. \\ \left. + [\cos \alpha_{ne} \sin \lambda_{se} \cos \kappa_{re} + \sin \alpha_{ne} \sin \kappa_{re}] \cos (2,3) + \cos \alpha_{ne} \cos \lambda_{se} \cos (2,2) \right\}$$

La dépouille normale de l'outil, α_n , peut également être dérivée de l'expression donnant $\cos (\alpha_{ne} - \alpha_n)$ indiquée en 4.1. Cependant, pour utiliser cette relation, il est essentiel de savoir au départ si la dépouille normale de l'outil est plus grande ou plus petite que la dépouille normale en travail.

En outre, on peut noter que si soit l'angle de coupe normal de l'outil, soit la dépouille normale de l'outil a été déterminé, l'autre en découle à partir de la relation :

$$\alpha_n + \beta_n + \gamma_n = 90^\circ \quad \text{et} \quad \beta_n = \beta_{ne}$$

4.2.5 Angle de coupe latéral de l'outil

$$\tan \gamma_f = \frac{\tan \gamma_{fe} \cos (3,3) + \tan \gamma_{pe} \cos (3,1) - \cos (3,2)}{-\tan \gamma_{fe} \cos (2,3) - \tan \gamma_{pe} \cos (2,1) + \cos (2,2)}$$

4.2.6 Angle de coupe vers l'arrière de l'outil

$$\tan \gamma_p = \frac{\tan \gamma_{fe} \cos (1,3) + \tan \gamma_{pe} \cos (1,1) - \cos (1,2)}{-\tan \gamma_{fe} \cos (2,3) - \tan \gamma_{pe} \cos (2,1) + \cos (2,2)}$$

4.2.7 Dépouille latérale de l'outil

$$\cotg \alpha_f = \frac{\cotg \alpha_{fe} \cos (3,3) + \cotg \alpha_{pe} \cos (3,1) - \cos (3,2)}{-\cotg \alpha_{fe} \cos (2,3) - \cotg \alpha_{pe} \cos (2,1) + \cos (2,2)}$$

4.2.8 Dépouille vers l'arrière de l'outil

$$\cotg \alpha_p = \frac{\cotg \alpha_{fe} \cos (1,3) + \cotg \alpha_{pe} \cos (1,1) - \cos (1,2)}{-\cotg \alpha_{fe} \cos (2,3) - \cotg \alpha_{pe} \cos (2,1) + \cos (2,2)}$$

4.3 Angles auxiliaires

La signification géométrique des angles auxiliaires (i, j) est la suivante :

L'angle (1,1) est l'angle entre les axes X_f et X_{fe}

L'angle (2,1) est l'angle entre les axes Y_f et X_{fe}

L'angle (3,1) est l'angle entre les axes Z_f et X_{fe}

L'angle (1,2) est l'angle entre les axes X_f et Y_{fe}

L'angle (2,2) est l'angle entre les axes Y_f et Y_{fe}

L'angle (3,2) est l'angle entre les axes Z_f et Y_{fe}

L'angle (1,3) est l'angle entre les axes X_f et Z_{fe}

L'angle (2,3) est l'angle entre les axes Y_f et Z_{fe}

L'angle (3,3) est l'angle entre les axes Z_f et Z_{fe}

Les valeurs de $\cos(i, j)$ peuvent être exprimées en fonction, d'une part des cosinus des angles entre les axes de l'outil en main (X_f, Y_f, Z_f) et les axes de position de la machine (X_m, Y_m, Z_m), et d'autre part des cosinus des angles entre les axes de l'outil en travail (X_{fe}, Y_{fe}, Z_{fe}) et les axes de position de la machine (X_m, Y_m, Z_m) :

$$\cos(1,1) = \cos(X_f, X_m) \cos(X_{fe}, X_m) + \cos(X_f, Y_m) \cos(X_{fe}, Y_m) + \cos(X_f, Z_m) \cos(X_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(2,1) = \cos(Y_f, X_m) \cos(X_{fe}, X_m) + \cos(Y_f, Y_m) \cos(X_{fe}, Y_m) + \cos(Y_f, Z_m) \cos(X_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(3,1) = \cos(Z_f, X_m) \cos(X_{fe}, X_m) + \cos(Z_f, Y_m) \cos(X_{fe}, Y_m) + \cos(Z_f, Z_m) \cos(X_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(1,2) = \cos(X_f, X_m) \cos(Y_{fe}, X_m) + \cos(X_f, Y_m) \cos(Y_{fe}, Y_m) + \cos(X_f, Z_m) \cos(Y_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(2,2) = \cos(Y_f, X_m) \cos(Y_{fe}, X_m) + \cos(Y_f, Y_m) \cos(Y_{fe}, Y_m) + \cos(Y_f, Z_m) \cos(Y_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(3,2) = \cos(Z_f, X_m) \cos(Y_{fe}, X_m) + \cos(Z_f, Y_m) \cos(Y_{fe}, Y_m) + \cos(Z_f, Z_m) \cos(Y_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(1,3) = \cos(X_f, X_m) \cos(Z_{fe}, X_m) + \cos(X_f, Y_m) \cos(Z_{fe}, Y_m) + \cos(X_f, Z_m) \cos(Z_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(2,3) = \cos(Y_f, X_m) \cos(Z_{fe}, X_m) + \cos(Y_f, Y_m) \cos(Z_{fe}, Y_m) + \cos(Y_f, Z_m) \cos(Z_{fe}, Z_m)$$

$$\cos(3,3) = \cos(Z_f, X_m) \cos(Z_{fe}, X_m) + \cos(Z_f, Y_m) \cos(Z_{fe}, Y_m) + \cos(Z_f, Z_m) \cos(Z_{fe}, Z_m)$$

Les angles entre les axes de l'outil en main et les axes de la machine peuvent être exprimés en fonction des angles de position :

$$\cos(X_f, X_m) = \cos G \cos H$$

$$\cos(X_f, Y_m) = \sin H$$

$$\cos(X_f, Z_m) = -\sin G \cos H$$

$$\cos(Y_f, X_m) = -\cos G \sin H \cos L + \sin G \sin L$$

$$\cos(Y_f, Y_m) = \cos H \cos L$$

$$\cos(Y_f, Z_m) = \sin G \sin H \cos L + \cos G \sin L$$

$$\cos(Z_f, X_m) = \cos G \sin H \sin L + \sin G \cos L$$

$$\cos(Z_f, Y_m) = -\cos H \sin L$$

$$\cos(Z_f, Z_m) = -\sin G \sin H \sin L + \cos G \cos L$$

Les angles entre les axes de l'outil en travail et les axes de position de la machine peuvent être exprimés de deux façons : en fonction des angles de mouvement (1^{re} façon) ou en fonction des composantes de la vitesse de coupe et de la vitesse d'avance (2^e façon).

1^{re} façon

$$\cos(X_{fe}, X_m) = \cos M \cos N$$

$$\cos(X_{fe}, Y_m) = \sin N$$

$$\cos(X_{fe}, Z_m) = -\sin M \cos N$$

$$\cos(Y_{fe}, X_m) = -\cos M \sin N \cos T + \sin M \sin T$$

$$\cos(Y_{fe}, Y_m) = \cos N \cos T$$

$$\cos(Y_{fe}, Z_m) = \sin M \sin N \cos T + \cos M \sin T$$

$$\cos(Z_{fe}, X_m) = \cos M \sin N \sin T + \sin M \cos T$$

$$\cos(Z_{fe}, Y_m) = -\cos N \sin T$$

$$\cos(Z_{fe}, Z_m) = -\sin M \sin N \sin T + \cos M \cos T$$